ULUSLARARARASI AKADEMİK ARAŞTIRMALAR KONGRESİ

INTERNATİONAL CONGRESS OF ACADEMIC RESEARCH

7-8-9 ARALIK 2020
ONLINE

ICAR
ULUSLARARASI AKADEMİK ARAŞTIRMALAR KONGRESİ
INTERNATİONAL CONGRESS OF ACADEMIC RESEARCH

Tam Metin Kitabı

Full Text Book



www.icarcongress.org

4. Uluslararası Akademik Araştırmalar Kongresi

(7 – 9 Aralık 2020 / Online)

(İCAR)

Tam Metin Kitabı

Editör / Editor

Prof. Dr. Aysel USLU

Doç. Dr. Ahmet BENLİAY

Asos Yayınevi

1.baskı

Adres: Çaydaçıra Mah. Hacı Ömer Bilginoğlu Cad. No: 67/2-4/MERKEZ/ELAZIĞ

Telefon: 0532 643 75 23

Mail Adresi: asos@asosyayinlari.com

Web: www.asosyayinlari.com

İnstagram: https://www.instagram.com/asosyayinevi/

Facebook: https://www.facebook.com/asosyayinevi/

Twitter: https://twitter.com/Asosyayinevi

ISBN: 978-625-7813-42-6

Ünimodüler f(R,T) Teoride Silindirik Simetrik İdeal Akışkan

Hüseyin AYDIN[1], Melis ULU DOĞRU [2]

[1]E-mail: huseynaydin@gmail.com; Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Çanakkale / Türkiye.
[2]E-mail: melisulu@comu.edu.tr; Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Çanakkale / Türkiye.

Özet

Bu çalışmada, alternatif gravitasyon teorilerinden biri olan ünimodüler f(R,T) teori ele alınmıştır. Burada, f(R,T) Ricci skaleri (R) ve enerji-momentum tensörü izinin (T) genel bir fonksiyonudur. Madde kaynağı olarak ideal akışkan kullanılmıştır. Ünimodüler gravitasyon teorilerinde uzay-zaman metrik tensörünün determinantı sabit bir değere eşit olacak şekilde seçilir. Silindirik simetrik olarak seçilen uzay-zaman metrik ifadesinin ünimodülerlik şartını sağlaması için uygun bir koordinat dönüşümü yapılmıştır. Oluşturulan ünimodüler f(R,T) teori alan denklemleri çözülmüştür. Çözümlerden elde edilen ideal akışkan yoğunluğu dağılımı, grafikler ve durum denklemi yardımıyla irdelenmiştir. Bulunan fonksiyonların sınır koşulları araştırılmıştır. Elde edilen sonuçların değerlendirilmesinde geçerli f(R,T) modelleri ve güncel kozmolojik modellerden yararlanılmıştır. Bulgular, literatürdeki ünimodüler ve standart f(R,T) teori üzerine yapılan çalışmalardaki sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Gravitasyon, İdeal Akışkan, Silindirik Simetri, Ünimodüler f(R,T)

Abstract

In this study, unimodular f(R,T) theory which is an alternative gravitational theory is taken into account. Here, f(R,T) is a general function of Ricci scalar (R) and trace of energy-momentum tensor (T). Perfect fluid is used as matter resource. The determinant of the metric tensor is fixed in unimodular gravitational theories. In order to satisfy this condition, a suitable coordinate transformation is applied for the chosen cylindrical symmetric spacetime. The field equations in unimodular f(R,T) theory are solved. Obtained density distribution of perfect fluid is examined with the help of graphics and equation of state. Boundary conditions are investigated for the functions found. Viable f(R,T) models and current cosmological models are used to evaluate the obtained results. The findings are compared with the results of studies on unimodular and standard f(R,T) theory in the literature.
Keywords: Gravitation, Perfect Fluid, Cylindrical Symmetry, Unimodular f(R,T)

GİRİŞ

Alternatif gravitasyon teorileri, son dönemlerde yapılan gözlemlerle ortaya çıkan evrenin genişlemesinin hızlanması, erken dönem enflasyon evresi, karanlık madde ve karanlık enerji gibi konuları açıklamak için genel görelilik teorisine alternatif olan teorilerdir. Bunlardan biri olan f(R,T) gravitasyon teorisinde, Ricci skaleri (R) ve enerji-momentum tensörünün izinin (T) genel bir fonksiyonunu içeren bir Lagrangian kullanılmaktadır. f(R,T) teori Harko, Lobo, Nojiri ve Odintsov (2011) tarafından önerilmiştir. Ünimodüler f(R,T) teori ise Rajabi ve Nozari (2017) tarafından geliştirilmiştir. Rajabi ve Nozari (2017) enerji-momentum tensörünü ideal akışkan seçerek Friedmann-

Robertson-Walker (FRW) kozmolojilerini incelemişlerdir. Bu çalışmada ise madde formu silindirik simetrik ideal akışkan olarak ele alınmıştır. f(R,T) teori hakkında literatürde bir çok çalışma bulunmasına rağmen ünimodüler f(R,T) teori üzerine sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır (Alvarenga, Houndjo, Monwanou ve Orou, 2013; Houndjo, 2012; Reddy, Santikumar ve Naidu, 2012; Sharif ve Zubair, 2012; Barrientos ve Rubilar, 2014; Azizi, 2013; Moraes ve Santos, 2016).

Ünimodüler teorilerde metrik tensörün determinantı $\sqrt{-g} = \epsilon$ koşulunu sağlar (ϵ herhangi bir sabittir).

Ünimodüler f(R,T) gravitasyon teorisinde etki fonksiyonu,

$$S = \frac{1}{2}\int d^4x\left[\sqrt{-g}\, f(R,T) - 2\lambda\left(\sqrt{-g} - \epsilon\right)\right] + \int d^4x\sqrt{-g}\, L_m \qquad (1)$$

ile gösterilir (Rajabi ve Nozari, 2017). Burada λ Lagrange çarpanını, L_m madde kaynaklı Lagrangian'ı temsil etmektedir. En küçük etki ilkesinden ($\delta S = 0$) yararlanılarak alan denklemi aşağıdaki gibi elde edilir (Rajabi ve Nozari, 2017).

$$f_{,R}(R,T)\, R_{ik} - \tfrac{1}{2} g_{ik} f(R,T) + (g_{ik}\,\square - \nabla_i\nabla_k) f_{,R}(R,T) + \lambda g_{ik} - T_{ik} + f_{,T}(R,T)(T_{ik} + \Theta_{ik}) = 0 \qquad (2)$$

Buradaki Θ_{ik} ifadesi,

$$\Theta_{ik} = g^{ab}\frac{\delta T_{ab}}{\delta g^{ik}} \qquad (3)$$

şeklinde enerji-momentum tensörü ile ilgilidir (Rajabi ve Nozari, 2017).

Ayrıca $f_{,R}(R,T) = df(R,T)/dR$ ve $f_{,T}(R,T) = df(R,T)/dT$ türevlerini gösterir.

(2) no.lu alan denkleminin izi alındığında,

$$f_{,R}(R,T)R + 3\,\square f_{,R}(R,T) - 2f(R,T) + \lambda - T + f_{,T}(R,T)(T + \Theta) = 0 \qquad (4)$$

bulunur. (2) ve (4) no.lu eşitlikler birlikte ele alınarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$f_{,R}(R,T)\left[R_{ik} - \tfrac{1}{3} g_{ik}R\right] - \nabla_i\nabla_k f_{,R}(R,T) + \tfrac{1}{6} f(R,T) g_{ik} - \tfrac{1}{3}\lambda g_{ik} - \left[T_{ik} - \tfrac{1}{3} g_{ik}T\right] + f_{,T}(R,T)\left[T_{ik} - \tfrac{1}{3} g_{ik}T\right] + f_{,T}(R,T)\left[\Theta_{ik} - \tfrac{1}{3} g_{ik}\Theta\right] = 0 \qquad (5)$$

Silindirik simetrik uzay-zamanı,

$$ds^2 = B^2(r)dr^2 + r^2 d\phi^2 + dz^2 - A^2(r)dt^2 \qquad (6)$$

şeklinde tanımlanabilir.

$\sqrt{-g} = \epsilon = 1$ koşulunu sağlayan ünimodüler uzay-zaman metrik elde etmek için $d\tau = rA(r)B(r)dt$ şeklinde bir koordinat dönüşümü uygulanabilir. Bu dönüşüm yerine yazıldığında ünimodüler silindirik simetrik uzay-zaman aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$ds^2 = B^2(r)dr^2 + r^2d\phi^2 + dz^2 - \frac{1}{B^2(r)r^2}d\tau^2 \quad (7)$$

İdeal akışkana ait enerji-momentum tensörü,

$$T_{ik} = (p+\rho)u_iu_k + g_{ik}p \quad (8)$$

ile verilebilir (Hawking ve Ellis, 1973). Burada, p ve ρ sırasıyla basınç ve yoğunluğu gösterir. u_i: dörtlü hızları gösterir ve u_iu^k=-1 eşitliğini sağlar. İdeal akışkan durum denklemi $p = \omega\rho$ ile verilir (Hawking ve Ellis, 1973). Burada, ω sabit bir sayıdır.

Enerji-momentum tensörü bileşenleri ve izi sırasıyla,

$$T_i^k = diag(p,p,p,-\rho) \quad (9)$$

$$T = -\rho + 3p \quad (10)$$

şeklindedir.

YÖNTEM

(2) no.lu denklemden alan denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$2r^2B''Bf_{,R} - 6r^2(B')^2f_{,R} - 2rB'B\left(rf'_{,R} + 2f_{,R}\right) + 2B^2\left(r^2B^2\left(\lambda - \frac{f}{2} - p\right) - 2f_{,R}\right) = 0 \quad (11)$$

$$2r^2Bf''_{,R} - f'_{,R}(4r^2B' + 2rB) + 4rB'f_{,R} + 2B\left(r^2B^2\left(\lambda - \frac{f}{2} - p\right) + 2f_{,R}\right) = 0 \quad (12)$$

$$2Bf''_{,R} - 4B'f'_{,R} + 2B^3\left(\lambda - \frac{f}{2} - p\right) = 0 \quad (13)$$

$$-2r^2B^2f''_{,R} - 2r^2B''Bf_{,R} + 6r^2(B')^2f_{,R} + 2rB'B\left(rf'_{,R} + 2f_{,R}\right) - 2B^2\left(rf'_{,R} + r^2B^2\left(\left(f_{,T}+1\right)\rho + f_{,T}p + \lambda - \frac{f}{2}\right) - f_{,R}\right) = 0 \quad (14)$$

Alan denklemlerinin çözümleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$f_{,R} = \pm\sqrt{c_3\cos(2\ln(r)) - c_2\sin(2\ln(r))} \quad (15)$$

$$f(r) = f(R(r),T(r)) = 2(\lambda - p(r)) + \frac{4\left(c_2^2+c_3^2\right)}{rc_1^2\left[\left(c_2^2-c_3^2\right)\cos^2(2\ln(r)) + c_2c_3\sin(4\ln(r)) - c_2^2\right]} \quad (16)$$

$$\rho(r) = -\frac{\left(c_2^2+c_3^2\right)}{(\omega+1)\left(f_{,T}+1\right)rc_1^2\left[\left(c_2^2-c_3^2\right)\cos^2(2\ln(r)) + c_2c_3\sin(4\ln(r)) - c_2^2\right]} \quad (17)$$

Ayrıca herhangi bir $f_{,T}$ fonksiyonu için alan denklemleri sağlanmaktadır. $p = \omega\rho$ eşitliğinden yararlanılmıştır.

Geçerli $f(T) = c_4\sqrt{-T}$ modeli ele alınırsa, keyfi sabit $c_4 = 1$ kabulü ile $\rho(r)$ fonksiyonu,

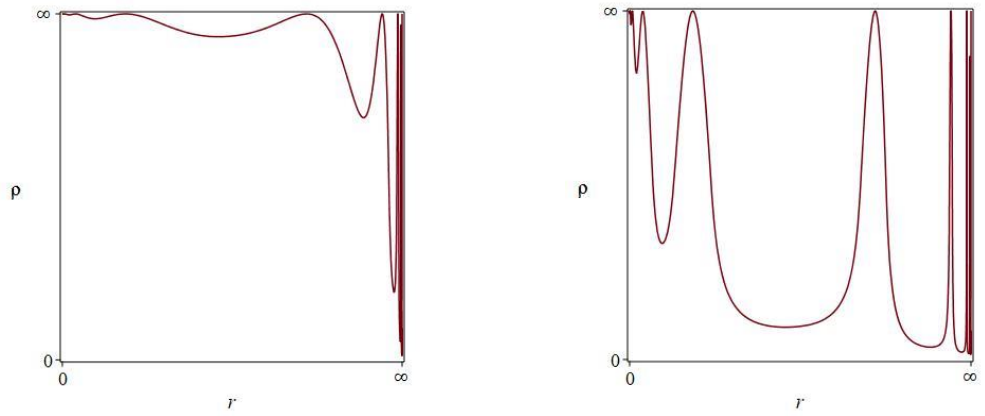
$$\rho(r) = \frac{1}{24c_1^2 r(\omega+1)\left(\omega-\frac{1}{3}\right)\left[(c_2^2-c_3^2)cos^2(2\,ln(r)) + c_2c_3\sin(4\ln(r)) - c_2^2\right]}$$

$$* \left\{\left\{\left[(c_2^4 - 6c_2^2c_3^2 + c_3^4)\cos(2\ln(r)) + 4rc_2c_3(c_2^2-c_3^2)\sin(2\ln(r))\right]c_1^2(\omega+1)\,cos^3(2\,ln(r)) + \left[c_1^2 r(\omega+1)(6c_2^2c_3^2 - 2c_2^4) + 48\left(\omega-\frac{1}{3}\right)(c_2^4-c_3^4)\right]cos^2(2\,ln(r)) - 2c_2c_3\sin(4\ln(r))\left[c_1^2c_2^2r(\omega+1) - 24\left(\omega-\frac{1}{3}\right)(c_2^2+c_3^2)\right] + c_2^2\left[c_1^2c_2^2r(\omega+1) - 48\left(\omega-\frac{1}{3}\right)(c_2^2+c_3^2)\right]\right\}r(\omega+1)\right\}^{1/2} c_1 - c_1^2 r(\omega+1)\cos(2\ln(r))\left[(c_2^2-c_3^2)\cos(2\ln(r)) - 2c_2c_3\sin(2\ln(r))\right] + c_2^2\left(c_1^2 r(\omega+1) - 24\left(\omega-\frac{1}{3}\right)\right) \quad (18)$$

şeklini alır.

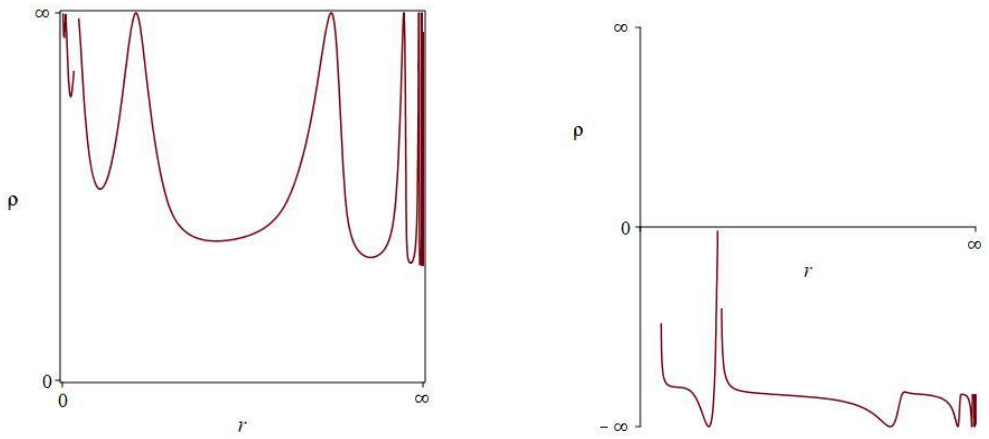
BULGULAR

Enerji yoğunluğu fonksiyonu $\rho(r)$, $\omega = -1$, $f_{,T} = -1$ ve $c_1 = 0$ değerleri için tekilliğe sahiptir. Ayrıca, $r = 0$ noktasında koordinat tekilliğine sahiptir. $f(T) = \sqrt{-T}$ modeli kullanıldığında, $\omega = 1/3$ için de tekillik mevcuttur.



(a) (b)

Şekil 1. $\rho(r)$ *fonksiyonu grafiği* $c_1 = c_2 = c_3 = 1$, a) $\omega = -0.99$, b) $\omega = -1/3$



(a) (b)

Şekil 2. $\rho(r)$ *fonksiyonu grafiği* $c_1 = 1, c_2 = 2, c_3 = 3$, a) $\omega = 0.3$, b) $\omega = 0.34$

Şekil 1 ve Şekil 2`de integral sabitlerinin ve $\omega$ parametresinin farklı değerlerine göre (özellikle tekillik yakınlarındaki) $\rho(r)$ yoğunluk fonksiyonun grafikleri görülmektedir. Fiziksel olarak anlamlı madde dağılımı için $\rho(r) > 0$ olmalıdır. Şekil 2.b`de $\rho(r)$ bu şartı sağlamamaktadır.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, alternatif gravitasyon teorilerinden biri olan ünimodüler f(R,T) teoride silindirik simetrik ideal akışkan incelenmiştir. Silindirik simetrik uzay-zaman metriğinin ünimodülerlik koşulunu sağlaması için koordinat dönüşümü yapılmıştır. Oluşturulan alan denklemlerinin çözümü elde edilmiştir.

İdeal akışkan yoğunluk dağılımı fonksiyonu $\rho(r)$, $f(R,T) = f_1(R) + f_2(T)$ modelinde $f_2(T) = \sqrt{-T}$ fonksiyonu ele alınarak yeniden düzenlenmiştir. Standart $f(R,T)$ teori üzerine olan bu modelde Salehi ve Aftabi (2016) tarafından enerji-momentum korunumunun sağlandığı gösterilmiştir. Elde edilen yoğunluk fonksiyonunun grafikleri integral sabitleri ve $p = \omega\rho$ durum denklemindeki ω parametresinin seçimlerine bağlı olarak çizilmiştir. Grafiklerden ω parametresinin temel belirleyici olduğu görülmektedir. Rajabi ve Nozari (2017) tarafından yapılan çalışma ile küresel simetrik bir evren modeli olan FRW evreninde ideal akışkan incelenmiştir. Bu çalışma ile ünimodüler f(R,T) teorinin, ideal akışkan varlığında silindirik simetrik uzay-zamana uygulanabileceği gösterilmiştir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu (BAP) tarafından FDK-2018-2730 no. ile desteklenmiştir. Ayrıca, bu çalışma Hüseyin Aydın'ın doktora tezinin bir kısmını içermektedir.

KAYNAKÇA

Alvarenga, F. G., Houndjo, M. J. S., Monwanou, A. V., ve Orou, J. B. C. (2013). Testing some f(R,T) gravity models from energy conditions. *Journal of Modern Physics*, *4*(1), 130-139.

Azizi, T. (2013). Wormhole geometries in f(R,T) gravity. *International Journal of Theoretical Physics*, *52*(10), 3486-3493.

Barrientos, J., ve Rubilar, G. F. (2014). Comment on "f(R,T) gravity". *Physical Review D*, *90*(2), 028501.

Harko, T., Lobo, F. S., Nojiri, S. I., ve Odintsov, S. D. (2011). f(R,T) gravity. *Physical Review D*, *84*(2), 024020.

Hawking, S. W., ve Ellis, G. F. R. (1973). *The large scale structure of space-time* (Vol. 1). Cambridge university press.

Houndjo, M. J. S. (2012). Reconstruction of f(R,T) gravity describing matter dominated and accelerated phases. *International Journal of Modern Physics D*, *21*(01), 1250003.

Rajabi, F., ve Nozari, K. (2017). Unimodular f(R,T) gravity. *Physical Review D*, *96*(8), 084061.

Reddy, D. R., Santikumar, R., ve Naidu, R. L. (2012). Bianchi type-III cosmological model in f(R,T) theory of gravity. *Astrophysics and Space Science*, *342*(1), 249-252.

Salehi, A., ve Aftabi, S. (2016). Searching for a cosmological preferred axis in complicated class of cosmological models: case study f (R,T) model. *Journal of High Energy Physics*, *2016*(9), 140.

Sharif, M., ve Zubair, M. (2012). Energy conditions constraints and stability of power law solutions in f(R,T) gravity. *Journal of the Physical Society of Japan*, *82*(1), 014002.

Moraes, P. H. R. S., ve Santos, J. R. L. (2016). A complete cosmological scenario from f(R,T^{Φ}) gravity theory. *The European Physical Journal C*, *76*(2), 60.