TÜREV VE İNTEGRAL PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNDE GÖRSEL, ANALİTİK VE HARMONİK ÇÖZÜM TERCİHLERİ

Visual, Analytic and Harmonic Problem Solving Preferences for Derivative and Antiderivative Tasks

Erhan Selçuk HACIÖMEROĞLU[1], Güney HACIÖMEROĞLU[2], Esra BUKOVA GÜZEL[3], Semiha KULA[4]

ÖZ

Öğrencilerin türev ve integral sorularını çözüm tercihlerini incelemek amacıyla Haciomeroglu ve Chicken (2011) tarafından geliştirilen Matematik İşlem Testi-Analiz (MİT-A) ölçme aracının Türkçe'ye uyarlama çalışması yapılmıştır. Buna ek olarak, bu çalışma ortaöğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören öğrencilerin türev ve integral sorularını çözme tercihlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Elde edilen bulgular, Matematik İşlem Testi-Analiz'in Türk kültüründe kullanılabilecek geçerli ve güvenilir bir ölçme aracı olduğunu göstermektedir. Cronbach alfa güvenirlik katsayısı MİT-A-türev için 0.83 ve MİT-A-integral için 0.86 olarak hesaplanmıştır. Testin bütünü için bu değer 0.91 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bulgular, öğrencilerin çoğunun türev ve integral sorularını analitik çözmeyi tercih ettiklerini göstermiştir. Öğrenciler soru tipi değiştiğinde çözüm tercihini değiştirmediğini göstermektedir.

Anahtar kelimeler: *görsel, analitik, harmonik, türev, integral, analiz.*

ABSTRACT

The purpose of this present study was to adapt the Mathematical Processing Instrument for Calculus (MPI-C) developed by Haciomeroglu and Chicken (2011) to Turkish. In addition, the study aimed at examining students' preferences for problem solving strategies regarding derivative and antiderivative tasks. Results of the study revealed that the MPI-C is a valid and reliable instrument that can be used to reliably measure Turkish students' preference for visual or analytic solution strategies. The cronbach alpha coefficients of the MPIC derivative and antiderivative tests were 0.83 and 0.86, respectively. The Cronbach alpha coefficient for the overall instrument was 0.91. Most of the students in this study preferred analytic solution strategies for the derivative and antiderivative tasks, and the mode of representations of the tasks did not affect their preference for visual or analytic solution strategies.

Keywords: *visual, analytic, harmonic, derivative, antiderivative, calculus.*

[1] Doç. Dr., University of Central Florida, e-posta: Erhan.Haciomeroglu@ucf.edu
[2] Yrd. Doç. Dr., Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, e-posta:hguney@comu.edu.tr
[3] Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, e-posta: esra.bukova@deu.edu.tr
[4] Arş. Gör. Dokuz Eylül Üniversitesi, e-posta: semiha.kula@deu.edu.tr

GİRİŞ

Analiz, insanoğlunun en büyük başarılarından birisi olarak görülmektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989; Hughes-Hallett ve diğer., 2002). Analiz, fen bilimleri ve mühendislik gibi alanlarda öğrencilerin ilerlemesinde önemli bir yere sahip olmasına rağmen öğrenciler tarafından "Analiz nedir?" sorusu sıklıkla yöneltilmektedir. Bu ders, ne kadar ilerlemek istediğinize bağlı olarak zorlaşabilmektedir. Buna bağlı olarak, analiz dersinde "öğrencilerin ne öğrenmesini istiyoruz?" ve "analiz nasıl öğretilmelidir?" soruları öncelikle ele alınarak kazandırılmak istenen becerilerin önceden belirlenmesi önemlidir (Haciomeroglu, 2007). Shilgalis (1979) ise "analiz ile ne yapabiliriz?" sorusunu cevaplamaya çalışmanın daha doğru bir yaklaşım olacağını vurgulamaktadır. Buna bağlı olarak, Sawyer (1961) analizin "hız nedir ve nasıl hesaplayabiliriz (s.3)" şeklinde basit bir soruyla başladığını belirtmektedir. Analiz ile ilgili bu sorulara öğrencilerin anlayabileceği cevaplar aranırken bu derse yönelik matematik sorularının çözümünde kullanılan analitik ve görsel düşünme sistemlerinin önemli bir yeri olduğu vurgulanmaktadır (Aspinwall & Shaw, 2002). Krutetskii (1976) görsel ve analitik olmak üzere iki düşünme sistemini tanımlamıştır. Analitik düşünme sistemini benimseyen birey matematik problemlerinin çözümünde soyut bir yaklaşım kullanmaktadır. Problemlerin çözümünde görsel obje veya adımları kullanma ihtiyacı duymamaktadır. Bir başka deyişle, birey matematik problemlerinde belirtilen ilişkiler görsel öğeleri kullanmaya işaret etse bile bunu soyut forma taşımaya çalışmaktadır. Krutetskii (1976) bu yaklaşımı benimseyen bireylerin problemleri görsel çözmek için çok fazla bir çaba sarf etmediği vurgulamaktadır. Bu duruma bağlı olarak, bireyin matematiksel gelişiminin analitik düşünme sistemi doğrultusunda gelişimine sebep olduğu söylenebilir. Görsel düşünme sistemini benimseyen bireyler ise problemlerin çözümünde şekil, diyagram, tablo gibi öğeleri kullanmaktadır. Görsel öğelerin gerekli olmadığı problemlerin çözümünde bile görsel düşünme sistemini kullanmayı tercih etmektedir. Bununla beraber, harmonik düşünme sistemi tercihinde bulunan bireyler görsel ve analitik düşünme sistemini bir arada ve dengeli bir şekilde kullanmaktadır.

Matematikte görsel ve analitik düşünmeyle beraber çoklu temsillerin kullanımı kazandırılması gereken önemli beceriler arasında görülmektedir (Webb, 1979; Brown & Wheatley, 1989; Janvier 1987; Tall, 1991; Presmeg, 1986a, 1986b, 1989, 2006; Stylianou & Dubinsky, 1999; Porzio, 1999; Aspinwall & Shaw, 2002; Arcavi, 2003). Buna paralel olarak, Aspinwall ve Shaw (2002) öğrencilerin grafik ve cebirsel gösterimler arasındaki ilişkiyi keşfettiğinde matematiksel kavramları daha iyi anlayacağını belirtmiştir. Bu sebeple, analiz konularına ilişkin kavramları öğrenmede grafiksel gösterimlerin görselleme (*visualization*) ve görsel düşünmede önemli bir yeri olduğunu vurgulamaktadır (Hughes-Hallett, 1991; Zimmermann, 1991; Tall, 1991; Hughes-Hallett, et al., 2002). Hughes-Hallett (1991) ise analizin öğrencilerin görsel sunumları anlamalarıyla beraber grafik ve cebirsel

gösterimler arasındaki ilişkiyi kurmalarını gerektirdiğini belirtmiştir. Buna ek olarak, görsel ve analitik yaklaşımlar arasında bir denge olması gerektiğini ifade etmiştir. Bununla beraber, araştırmalar, analizin yeri ve önemiyle beraber öğrenme-öğretme sürecine ilişkin güçlüklerin olduğunu göstermektedir (Schwarzenberger, 1980; Guy, 1984; Hamming, 1984; Kleitman, 1984; Lax, 1984; MacLane, 1984; Ralston, 1984; Roberts, 1984; Tall, 1984, 1985; Matthews, 1996). Bu kapsamda, öğretmenlerin ve öğrencilerin problem çözmede görsel düşünme becerilerinden kaçındığı belirlenmiştir (Clements, 1984; Vinner, 1989; Presmeg, 1986a, 1986b; Eisenberg & Dreyfus, 1991; Lowrie, 2000; Cruz, Febles, & Diaz, 2000; Lowrie, 2000; Stylianou, 2002; Guzman, 2002). Bu kapsamda, öğrencilerin matematik problemlerini görsel ve analitik çözme tercihlerini belirlemek amacıyla geliştirilen ölçme araçlarının kullanıldığı görülmektedir (Haciomeroglu ve Chicken, 2011; Presmeg, 1985; Suwarsono, 1982). Suwarsono (1982) ortaokul öğrencilerinin matematik problemlerini görsel ve analitik çözme tercihlerini belirlemek amacıyla Matematik İşlem Testi'ni geliştirmiştir. Buna paralel olarak, Presmeg (1985) ise Suwarsono'nun (1982) geliştirdiği testte yer alan soruların bazılarının öğrenciler için zor ve öğretmenler için kolay olabileceğini düşünerek bir kısmını değiştirmiştir. Presmeg tarafından geliştirilen Matematik İşlem Testi ise lise öğrencilerinin matematik problemlerini görsel ve analitik çözme tercihlerini belirlemek amacıyla geliştirilmiştir. Bu durum, matematik problemlerini görsel ve analitik çözme tercihlerini belirlemek amacıyla geliştirilen bu testler öğrencilerin analiz dersi kapsamında türev ve integral sorularını çözüm tercihlerini belirlemeye yönelik bir ölçme aracı ihtiyacını ortaya koymuştur. Bu kapsamda, lise öğrencilerinin türev ve integral sorularını görsel ve analitik çözme tercihlerini belirlemek amacıyla Haciomeroglu ve Chicken (2011) tarafından Matematik İşlem Testi-Analiz geliştirilmiştir. Bu testin lise öğrencilerinin türev ve integral sorularını görsel ve analitik çözme tercihlerini belirlemek amacıyla kullanıldığı görülmektedir (Haciomeroglu & Chicken, 2012).

Ulusal düzeyde analiz dersi kapsamında yapılan araştırmaların, limit kavramının anlaşılması (Bukova-Güzel, 2007), uzamsal beceriler ile belirli integral sorularını çözme sürecinde kullanılan çoklu temsillerle (Sevimli & Delice, 2011) beraber problem çözme tercihleri ile integral sorularını çözmede ortaöğretim öğretmen adaylarının kullandıkları çoklu temsiller (Sevimli & Delice, 2012) üzerine yoğunlaştığı görülmektedir. Buna paralel olarak, üniversite öğrencilerin limit kavramını anlaması ve bu konuya ilişkin performanslarını inceleyen çalışmalarında olduğu görülmektedir (Akbulut & Işık, 2005; Çetin, 2009; Duru, 2011). Buna ek olarak, üniversite öğrencilerinin türev sorularını görsel ve analitik çözme tercihleri (Sağlam & Bülbül, 2012) ile bilgisayar destekli ve desteksiz bir ders kapsamında türev konusuna ilişkin kavram ve kavram yanılgıları (Ubuz, 2007) incelenmiştir. Ayrıca, Ubuz (2007) öğrencilerin görsel düşünme becerilerini dikkate alarak, fonksiyonun ve

türevinin grafiğini nasıl oluşturduklarını, yorumladıklarını ve değerlendirdiklerini incelemiştir.

Yukarıda görüldüğü üzere, ulusal düzeyde yapılan araştırmalar analiz dersi kapsamında, limit, türev ve integral sorularının çözümünde üniversite öğrencilerinin ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının anlama düzeyleriyle beraber performanslarını inceledikleri görülmektedir. Sınırlı sayıda çalışmanın ise öğretmen adaylarının matematik sorularını görsel ve analitik çözme tercihlerini incelediği görülmektedir (Sağlam & Bülbül, 2012; Sevimli & Delice, 2012). Ortaya çıkan bu durum, öğrencilerin türev ve integral sorularını çözme tercihlerini belirlemek için bir ölçme aracına olan ihtiyacı ortaya koymaktadır. Bu sebeple, bu araştırmada öncelikli olarak Haciomeroglu ve Chicken (2011) tarafından geliştirilen Matematik İşlem Testi-Analiz'in Türkçe'ye uyarlama çalışmasının yapılması amaçlanmıştır. Daha sonra ise ortaöğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören öğrencilerin türev ve integral sorularını görsel ve analitik çözme tercihlerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Amaç

Bu araştırma, matematik problemlerini çözme tercihlerini incelemek amacıyla Haciomeroglu ve Chicken (2011) tarafından geliştirilen *Matematik İşlem Testi-Analiz*'in Türkçe'ye uyarlama çalışmasının yapılması amaçlanmıştır. Buna ek olarak, uyarlanan Matematik İşlem Testi kullanılarak ortaöğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören öğrencilerin türev ve integral sorularını çözme tercihleri incelemiştir.

YÖNTEM

Bu araştırma kapsamında nicel araştırma deseni kullanılmıştır. Bu araştırmada, türev ve analiz sorularını çözme tercihlerini belirlemek amacıyla Matematik İşlem Testi-Analiz'in (MİT-A) Türkçe'ye uyarlama çalışması yapılmasıyla beraber ortaöğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören öğrencilerin matematik sorularını görsel ve analitik çözme tercihlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu sebeple, aşağıda sırasıyla bu test ve verilerin analizi ile ilgili bilgilere yer verilmiştir.

Çeviri Çalışması

Matematik İşlem Test-Analiz'de yer alan 20 soru önce araştırmacılar tarafından Türkçe'ye çevrilmiştir. Daha sonra dört matematik eğitimi, iki öğretmen eğitimi ve bir İngiliz dili eğitimi üzerine çalışan 7 kişilik bir uzman grubu tarafından Matematik İşlem Test-Analiz Türkçe'ye çevrilmiştir. Uzmanlardan Türkçe'ye çevrisi yapılan test sorularının özgün haline uygun ve anlaşılır olmasına dikkat etmeleri istenmiştir. Araştırmacılar ve uzmanlar tarafından birbirinden bağımsız olarak yapılan bu değerlendirmeler bir arada

incelenerek testte yer alan problemler için en uygun çeviri formu oluşturulmuştur.

Çalışma Grubu

Bu çalışmada Matematik İşlem Testi-Analiz'in Türkçe'ye uyarlama çalışmaları kapsamında veriler Marmara bölgesinde yer alan bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 1. sınıf üniversite öğrencilerinden toplanmıştır. Testin Türkçe'ye uyarlama çalışması kapsamında bu araştırmada veriler 62 erkek ve 99 olmak üzere toplam 161 öğrenciden toplanmıştır. Bu ölçme aracının test-tekrar test güvenirlik çalışması 25 erkek ve 36 kız olmak üzere 1. sınıfta öğrenim gören toplam 61 öğrenciden toplanan veriler kullanılarak hesaplanmıştır. Buna ek olarak, öğrencilerin türev ve integral sorularını çözme tercihlerini belirlemek amacıyla veri toplanmıştır. Bu kapsamda, Ege bölgesinde yer alan bir üniversitenin eğitim fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda öğrenim gören 1.-5. sınıf öğrencilerinden veri toplanmıştır. Bu araştırmada 70 (%34.8) erkek ve 131 (%65.2) kız olmak üzere 201 öğrenciden veri toplanmıştır. Bu çalışmaya 22(%10.9) birinci, 49 (%24.4) ikinci 40 (%19.9) üçüncü, 42 (%20.9) dördüncü ve 48 (%23.9) beşinci sınıf öğrencisi katılmıştır.

Veri Toplama Aracı

Matematik İşlem Testi-Analiz (MİT-A), Haciomeroglu ve Chicken (2011) tarafından matematik problemlerini görsel ve analitik çözme tercihlerini belirlemek amacıyla geliştirilmiştir. Bu ölçme aracı için hesaplanan Cronbach alfa güvenirlik katsayısı 0.88'dir. MİT-A-türev için 0.86 ve MİT-A-integral için 0.84 olarak hesaplanmıştır. Bu test, her birinde 10 sorunun yer aldığı MİT-A-türev ve MİT-A-integral testinden oluşmaktadır. Bu testte toplam 20 soru yer almaktadır. MİT-A'da fonksiyon ve fonksiyonun grafiği ile beraber fonksiyonun türevi ve türevinin grafiğine ilişkin sorular yer almaktadır. Buna ek olarak, Haciomeroglu ve Chicken (2011) tarafından geliştirilen testte her sorunun farklı çözümlerinin yer aldığı bir 'Çözüm Anahtarı' yer almaktadır. Bu çözüm anahtarında her sorunun iki farklı çözümü yer almaktadır. Öğrenciler bu testte yer alan soruları çözdükten sonra bu çözüm anahtarını dikkate alarak kendi çözümlerine en yakın olanı işaretlemektedir. Haciomeroglu ve Chicken (2011) tarafından hazırlanan kriterlere göre, analitik çözüm için '0' görsel çözüm için '2' puan ve harmonik çözüm için '1' puan verilmektedir. Bu testten alınabilecek en yüksek puan 40, en düşük puan ise 20'dur.

Verilerin Çözümlenmesi

Öncelikli olarak bu çalışmaya katılan öğrencilere araştırmanın amacı hakkında bilgi verilmiştir. Daha sonra araştırmaya katılmayı kabul eden

öğrencilerden Matematik İşlem Testi-Analiz'de yer alan soruları çözmeleri istenmiştir. Her öğrenciye soruları çözdükten sonra 'Çözüm Anahtarı' verilmiştir. Her bir soru için verilen çözümleri inceleyerek kendi yaklaşımlarına en yakın olanı işaretlemeleri istenmiştir. Daha sonra araştırmacılar tarafından yapılan değerlendirme sırasında analitik çözüm için '0' görsel çözüm için '2' puan ve harmonik çözüm için '1' puan verilmiştir. Öğrencilerden toplanan veriler SPSS 19.0 programına aktarılmıştır. Verilerin analizinde öncelikli olarak MİT-A'nın geçerlik ve güvenirlik çalışmaları kapsamında verilerin cronbach alfa değerleri hesaplanmış ve test tekrar-test uygulanmıştır. MİT-A'nın geçerli ve güvenilir bir araç olduğu belirlendikten sonra toplanan yeni verilerde öğrencilerin türev ve integral sorularını çözüm tercihleri incelenmiştir. Bu kapsamda, öğrenciler görsel, analitik ve harmonik olmak üzere üç gruba yarılmıştır. Öğrencilerden puanı (0-10) arasında olanlar analitik grubu, puanı (11-30) arasında olanlar harmonik ve puanı (31-40) arasında olanlar görsel grubu oluşturmuştur. Öğrencilerin türev ve integral sorularındaki görsel puanlarını karşılaştırmak amacıyla eşli t-testi yapılmıştır. Buna ek olarak, cinsiyet değişkenine göre öğrencilerin türev ve integral sorularına ilişkin görsel puanlarının farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi yapılmıştır. Buna ek olarak, puanı (0-9) arasında olan öğrenciler düşük ve puanı (10-16) arasında olan öğrenciler yüksek performans grubunda yer almıştır. Düşük ve yüksek performans gösteren öğrencilerin türev ve integral sorularına ilişkin görsel ve analitik puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi yapılmıştır.

Matematik İşlem Testi-Analiz ile İlgili Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Matematik İşlem Testi-Analiz'in tümü için cronbach alfa güvenirlik katsayısı 0.91 olarak hesaplanmıştır. Matematik İşlem Testi Analiz-Türev için 0.83 ve Matematik İşlem Testi Analiz-İntegral için 0.86 olarak hesaplanmıştır. Test tekrar-test çalışmaları kapsamında Pearson korelasyon katsayısının $r=0.794$ ($p<0.01$) düzeyinde anlamlı olduğu tespit edilmiştir. Paylaşılan varyans miktarı %63.04 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bulgular, testin güvenirliğinin kabul edilebilir düzeyde olduğunu ve yüksek bir iç tutarlılığa sahip olduğunu göstermektedir. Test tekrar-test çalışmasından elde edile bulgular, Matematik İşlem Testi-Analiz'in güvenirlik katsayısının kabul edilebilir düzeyde olduğunu göstermektedir. Bu Matematik İşlem Testi-Analiz'in yapı geçerliğine sahip olduğunu göstermektedir. Elde edilen bulgular, Türkçe'ye uyarlanan Matematik İşlem Testi-Analiz'in öğrencilerin türev ve integral sorularını görsel ve analitik çözüm tercihlerini incelemeye yönelik geçerli ve güvenilir bir araç olduğunu göstermektedir (Bakınız Ek 1).

BULGULAR

Ortaöğretim matematik öğretmenliği lisans programı öğrencilerinin türev ve integral sorularını görsel ve analitik çözme tercihlerini incelemek amacıyla Matematik İşlem Testi-Analiz'e vermiş oldukları yanıtlar

incelenmiştir. Matematik İşlem Testi-Analiz'de öğrenciler görsel, analitik ve harmonik olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Öğrencilerin 3'ünün görsel, 166'sının analitik ve 33'ünün harmonik çözümü tercih ettikleri görülmektedir.

Öğrencilerin türev ve integral sorularındaki görsel puanlarını karşılaştırmak amacıyla eşli t-testi yapılmıştır. Elde edilen bulgular, t(201) = 1.255, p = 0.211 olması sebebiyle öğrencilerin türev ($\overline{X}$ = 2.72, SS = 3.561) ve integral ($\overline{X}$ = 3.04, SS = 4.058) sorularına yönelik görsel puanları arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir. Bağımsızlar gruplar için t-testinden elde edilen bulgular, kız ($\overline{X}$ = 2.66, SS = 3.31) ve erkek ($\overline{X}$ = 2.83, SS = 4.01) öğrencilerin türev sorularına ilişkin görsel puanları arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir (t (200) = 0.321, p = 0.748). Benzer şekilde, kız ($\overline{X}$ = 3.16, SS = 3.80) ve erkek ($\overline{X}$ = 2.81, SS = 4.52) öğrencilerin integral sorularına ilişkin görsel puanları arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir (t (200) = 0.574, p = 0.567). Buna paralel olarak, kız ($\overline{X}$ = 5.82, SS = 5.950) ve erkek ($\overline{X}$ = 5.64, SS = 7.993) öğrencilerin türev ve integral sorularına ilişkin görsel puanları arasında anlamlı bir fark olmadığı tespit edilmiştir (t (200) = 0.176, p = 0.860).

Düşük performans grubunda 92 ve yüksek performans grubunda 110 öğrenci yer almıştır. Bağımsız gruplar için t testinden elde edilen bulgular, düşük ve yüksek performans gösteren öğrencilerin türev sorularına ilişkin puanları arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir. Buna paralel olarak, düşük ($\overline{X}$ = 2.96, SS = 3.275) ve yüksek ($\overline{X}$ = 2.52, SS = 3.787) performans gösteren öğrencilerin türev sorularına ilişkin görsel puanları arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür (t (200) = 0.871, p = 0.385). Buna ek olarak, düşük ($\overline{X}$ = 3.53, SS = 3.443) ve yüksek (M = 2.63, SS = 4.482 performans gösteren öğrencilerin görsel puanları (türev ve integral sorularına ilişkin) arasından anlamlı bir fark olmadığı belirlenmiştir (t (200) = 1.585, p = 0.115). Ayrıca düşük ($\overline{X}$ = 6.49, SS = 5.532) ve yüksek ($\overline{X}$ = 5.15, SS = 7.525) performans gösteren öğrencilerin görsel (türeve integral sorularına ilişkin) puanları arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür (t (200) = 1.421, p = 0.157).

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu araştırmada Haciomeroglu ve Chicken (2011) tarafından öğrencilerin türev ve integral sorularını çözme tercihlerini belirlemek amacıyla geliştirilen Matematik İşlem Testi-Analiz'in (MİT-A) Türkçe'ye uyarlama çalışması yapılmıştır. Bu testin uyarlama çalışması kapasında elde edilen güvenirlik katsayısının 0.7'nin üzerinde olması sebebiyle kabul edilebilir düzeyde olduğu söylenebilir (Field, 2005). Elde edilen sonuçlar, Matematik İşlem Testi-Analiz'in Türk kültüründe kullanılabilecek geçerli ve güvenilir bir ölçme aracı olduğu göstermektedir. Buna ek olarak, bu araştırmada ortaöğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören öğrencilerin türev ve integral sorularını çözme tercihleri incelenmiştir. Elde edilen

sonuçlar, öğrencilerin çoğunun türev ve integral sorularını analitik çözmeyi tercih ettiklerini göstermektedir. Öğrencilerin birkaçı görsel çözmeyi tercih ederken bir kısmının ise harmonik çözmeyi tercih ettikleri görülmüştür. Bu durum, türev ve integral sorularının tipi değişmesine öğrencilerin rağmen ağırlıklı olarak analitik çözmeyi tercih ettiklerini göstermiştir. Araştırmalar, öğrencilerin matematik problemlerinde analitik çözümü görsele kıyasla daha fazla tercih ettiğini ifade etmektedir (Eisenberg & Dreyfus, 1991; Presmeg, 2006). Bu durum, çalışmadan elde edilen sonuçlar ile paralellik göstermektedir. Bununla beraber, Sağlam ve Bülbül (2012) öğrenimleri sırasında öğrencilerin analitik çözümleri yoğun kullanmaları, grafiksel çözümlerle ilgili karşılaştıkları sorularla beraber öğretmenlerin analitik çözüme verdiği değere bağlı olarak çözüm tercihlerinin şekillendiğini vurgulamaktadır. Benzer şekilde bu araştırmada ortaöğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören öğrencilerin türev ve integral sorularının çoğunu analitik çözmeyi tercih ettikleri görülmüştür. Bu durum bazı araştırmaların öğrenci ve öğretmenlerin görsel düşünme becerilerini kullanmaktan kaçındıkları yönündeki görüşleri ile paralellik göstermektedir (Clements, 1984; Vinner, 1989; Presmeg, 1986a, 1986b; Eisenberg & Dreyfus, 1991; Lowrie, 2000; Cruz, Febles, & Diaz, 2000; Lowrie, 2000; Stylianou, 2002; Guzman, 2002).

Analiz dersinin diğer derslerle kıyaslandığında görsel düşünme becerilerinin kullanımına yönelik ilginç ve çeşitli olanaklar sunduğu vurgulamaktadır (Zimmermann, 1991). Buna ek olarak, analizdeki kavramların çoğunun grafiksel gösterilmesi mümkün olmasına rağmen analitik çözüm yaklaşımı daha yayın olarak kullanıldığı görülmektedir. Bu sebeple, öğretmen yetiştirme programlarında öğrencilerin analiz dersi kapsamında türev ve integral sorularını görsel, analitik ve harmonik düşünme becerileriyle beraber çözüm tercihlerini geliştirmeye yönelik etkinliklere ve uygulamalara daha fazla yer verilmesi gerektiğine işaret etmektedir.

KAYNAKLAR

Akbulut, K. ve Işık, A. (2005). Limit kavramının anlaşılmasın- da etkileşimli öğretim stratejisinin etkinliğinin incelenmesi ve bu süreçte karşılaşılan kavram yanılgıları. Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi, *13* (2), 497-512.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *52*, 215-241.

Aspinwall. L., & Shaw, K. L. (2002). Representations in Calculus: Two contrasting cases. *Mathematics Teacher*, *95*, 434-439.

Brown, D. L., & Wheatley, G. H. (1989). Relationship between spatial ability and mathematics knowledge. In A. C. Maher, G. A. Goldin, & R. B. Davis (Eds.), Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 143-148). New Brunswick, NJ.

Bukova-Güzel, E. (2007). The effect of a constructivist learning environment on the limit concept among mathematics student teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 7, 1189-1195.

Clements, K. (1984). Terence Tao. *Educational Studies in Mathematics*, *15*, 213-238.

Cruz, I., Febles, M., & Diaz, J. (2000). Kevin: A visualizer pupil. *For the Learning of Mathematics, 20*, 30-36.

Çetin, N. (2009). The performance of undergraduate students in the limit concept. Journal of Mathematical Education in Science and Technology, *40* (3), 323-330.

Duru, A. (2011). Pre-service teachers' perception about the concept of limit. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 11(3), 1710-1715.

Eisenberg, T., & Dreyfus, T. (1991). On the reluctance to visualize in mathematics. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 127 – 138). Washington, DC: MAA.

Field, A. (2005). *Discovering Statistics Using SPSS* (2. baskı). Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.

Guy, R.K. (1984). How can we lead in an up-to-date and fair fashion?. *The College Mathematics Journal, 15*, 396-397.

Guzman, M. (2002). The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis. In D. Hughes-Hallett, & C. Tzanakis (Eds.), Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics (pp. 2-25). Crete, Greece: ERIC

Haciomeroglu, E.S. (2007). Calculus students' understanding of derivative graphs: Problems of representaions in calculus. Unpublished Ph.D. dissertation, Florida State Universitesi, Amerika Birleşik Devletleri.

Haciomeroglu, E. S., & Chicken, E. (2011). Investigating relations between ability, preference, and calculus performance. *Proceedings of the 33rd Annual Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education–PME-NA* (pp. 61-69). Reno, Nevada.

Haciomeroglu, E.S. & Chicken, E. (2012). Visual thinking and gender differences in high school calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *43*(3), 303–313.

Hamming, R.W. (1984). Calculus and discrete mathematics. *The College Mathematics Journal, 15*, 388-389.

Hughes-Hallett, D. (1991). Visualization and calculus reform. In W. Zimmermann, & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 127 – 138). Washington, DC: MAA.

Hughes-Hallett, D., McCallum, W. G., Gleason, A. M., Pasquale, A., Flath, D. E., Quinney, D., Lock, P. F., Raskind, W., Gordon, S. P., Rhea, K., Lomen, D. O., Tecosky-Feldman, J., Lovelock, D., Thrash, J. B., Osgood, B. G., & Tucker, T. W. (2002). *Calculus: Single Variable*. Danvers, MA: John Wiley & Sons, Inc.

Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. In J. Kilpatrick & I. Wirszup (Eds.). Chicago: The University of Chicago Press.

Janvier, C. (1987). Translation processes in mathematics education. In C. Janvier (Eds.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 27-32). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kleitman, D.J. (1984). Calculus defended. *The College Mathematics Journal, 15*, 377-378.

Lax, P. (1984). In praise of calculus. *The College Mathematics Journal, 15*, 378-380.

Lowrie, T. (2000). A case of an individual's reluctance to visualize. *Focus on Problems in Mathematics*, *22*, 17-26.

MacLane, S. (1984). Calculus is a discipline. *The College Mathematics Journal, 15*, 373.

Matthews, D. M. (1996). Mathematics Education: A response to Andrews. *The College Mathematics Journal, 27*, 349-353.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards forTeaching Mathematics*. Reston, VA.: NCTM.

Porzio, D. (1999). Effects of differing emphases in the use of multiple representations and technology on students' understanding of calculus concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *21*, 1-29.

Presmeg, N. C. (1985). The role of visually mediated processes in high school mathematics: A classroom investigation. Unpublished Ph.D. dissertation, University of Cambridge.

Presmeg, N. C. (1986a). Visualization and mathematical giftedness. *Educational Studies in Mathematics*, *17*, 297–311.

Presmeg, N. C. (1986b). Visualization in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, *6*(3), 42–46.

Presmeg, N. C. (1989). Visualization in multicultural mathematics classrooms. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 11*, 17-24.

Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics: Emergence from psychology. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 205-235). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Ralston, A. (1984). Will discrete mathematics surpass calculus in importance? *The College Mathematics Journal, 15*, 371-373.

Roberts, F.S. (1984). The introductory mathematics curriculum: Misleading, outdated, and unfair. *The College Mathematics Journal, 15*, 383-385.

Sağlam, Y. & Bülbül, A. (2012). Üniversite Öğrencilerinin Görsel ve Analitik Stratejileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *43*, 398–409.

Sawyer, W. W. (1961). *What is Calculus About?*. The New Mathematical Library, Vol. 2. New York: Random House.

Schwarzenberger, R. L. E. (1980). Why calculus cannot be made easy. *The Mathematical Gazette, 64*, 158-166.

Sevimli, E. & Delice, A. (2011). The influence of teacher candidates' spatial visualization ability on the use of multiple representations in problem solving of definite integrals: A qualitative analysis. *Research in Mathematics Education*, *1*(13), 93-94.

Sevimli, E. & Delice, A. (2012). The relationship between students' mathematical thinking types and representation preferences in definite integral problems. *Research in Mathematics Education*. *3*(14), 295-96.

Shilgalis, T. W. (1979). One answer to "What Is Calculus?" *Mathematics Teacher, 72*, 224 - 226.

Suwarsono, S. (1982). *Visual imagery in the mathematical thinking of seventh grade students*. Unpublished Ph.D. dissertation, Monash Üniversitesi, Avustralya.

Stylianou, D. A. (2002). On the interaction of visualization and analysis: The negotiation of a visual representation in expert solving. *Journal of Mathematical Behavior*, *21*, 303-317.

Stylianou, D. A., & Dubinsky, E. (1999). Determining linearity: the use of visual imagery in problem solving. In F. Hitt, & M. Santos (Eds.), Proceedings of the Twenty-first Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA) (pp. 245-252). Columbus, OH: ERIC/CSMEE.

Tall, D. (1984). Continuous mathematics and discrete computing are complementary, not alternatives. *The College Mathematics Journal, 15*, 389-391.

Tall, D. (1985). Understanding the calculus. *Mathematics Teaching, 110*, 49-53.

Tall, D. (1991). Intuition and rigour: The role of visualization in the calculus. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 105-119). Washington, DC: MAA.

Ubuz, B. (2007). Interpreting a graph and constructing its derivative graph: stability and change in students' conceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 38* (5), 609-637.

Vinner, S. (1989). The avoidance of visual considerations in calculus students. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *11*, 149-156.

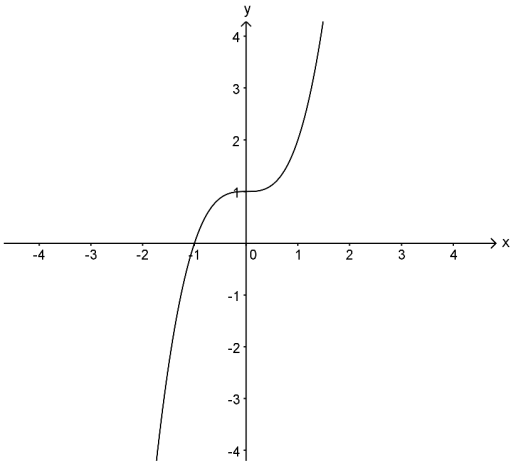
Webb, N. L. (1979). Processes, conceptual knowledge, and mathematical problem-solving ability. *Journal for Research in Mathematics Education*, *10*, 83-93.

Zimmerman, W. (1991). Visual Thinking in Calculus. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 127-137). Washington, DC: MAA.

Ek 1: MİT-A Testi Türev ve İntegral Örnek Soruları

TÜREV

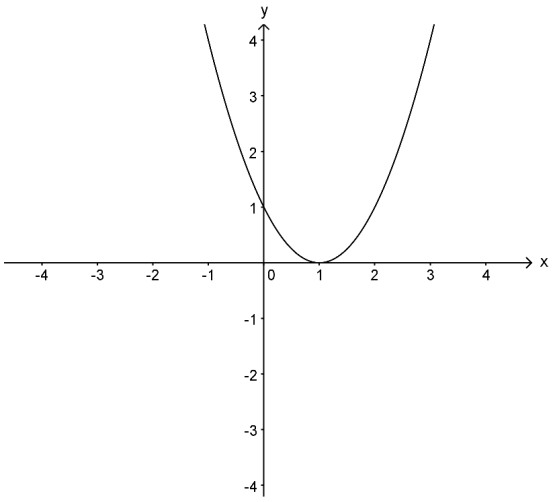
Soru 1: Aşağıda bir fonksiyonun $[f(x)]$grafiği verilmiştir. Bu fonksiyonun türevinin $[f'(x)]$grafiğini çiziniz.



Soru 2: $f(x)=(x-2)^3$ ise bu fonksiyonun türevinin $[f'(x)]$ grafiğini çiziniz.

İNTEGRAL

Soru 1: Aşağıda bir fonksiyonun türevinin $\left[f'(x)\right]$grafiği verilmiştir. Bu türevi veren fonksiyonun $\left[f(x)\right]$ grafiğini çiziniz.



Soru 2: $f'(x) = 3x^2 + 1$ ise $f(x)$ grafiğini çiziniz.