Üzümlü Kek Modeli

Ç. Misli ve O. Yılmaz, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fizik Bölümü

Elektronun temel bir parçacık olduğunu keşfeden Thomson, atomun içyapısı hakkında bilgiler edinmek istemiş ve "üzümlü kek" modelini önermiştir. Fakat kuramsal ve deneysel gözlemler bu modelin yanlış olduğunu gösterdi. Daha sonra Ernest Rutherford'un önderliğinde Manchester Üniversitesi'nde yapılan deneyler sonucunda atomun çekirdek modeli ile atomun yapısına daha iyi açıklamalar getirildi.

1. Giriş

Elektronlar J.J. Thomson tarafından 1897 yılında m/e deneyi ile keşfedilmiştir [1]. 1896-1898 yılları arasında Walter Kaufmann (1871-1947) katot ışınların m/e oranını ölçmüştü ve iyi sonuç elde etmişti fakat Kauffmann bir temel parçacık keşfettiğini asla iddia etmemiştir [2]. Hidrojen atomunun atom ağırlığı $N_A m_H = 1.008\ \mathrm{kg/kmol}$'dir ve elektroliz işlemlerden Faraday sabitinin değeri $F = N_A e = 96485\ \mathrm{C/mol}$ bilindiği için bu niceliklerin birbirlerine oranından $\frac{m_H}{e} = 1.045\ 10^{-8}\ \mathrm{kg/C}$ olarak elde edilir. Bulunan bu değer Thomson deneyinden bulunan $\frac{m}{e} \sim 10^{-11}$kg/C değerine tekrar oranlandığında $m_H \sim 1000\, m_e$ bulunur. Böylece, en hafif element olan hidrojen atomu kütlesinin, içerdiği elektronun kütlesinin yaklaşık bin katı olduğu söylenir. 1910 yılında Jean Baptiste Perrin, hidrojen atomunun kütlesini $m_H \sim 1.5\ 10^{-27}$ kg bularak elektronun yükünü $e \sim 1.5\ 10^{-19}$ C ve Avogadro sayısının değerini de $N_A \sim 6.43\ 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$ olarak hesapladı. Daha sonra, 1911'de Robert A. Millikan ve arkadaşı Harvey Fletcher elektronun yükünü doğrudan ölçerek Avogadro sayısının değerini $N_A = \frac{F}{e} = 6.02\ 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$ veya eşdeğer olarak atomik kütle birimi $m_u = \frac{1}{N_A} = 1.66\ 10^{-27}$ kg değerini hesapladı. Thomson deneyinde elektronlar düşük (~0.1c) hızlarda hareket ettiği için özel göreliliğe gerek kalmadan m/e oranı hesapları yapılabilmektedir. J.J. Thomson, deney sonuçlarına dayanarak "üzümlü kek" (plum pudding) atom modelini önerdi fakat daha sonra 1911 yılında Ernest Rutherford (1871-1937) gezegen veya çekirdek modeliyle Thomson'un modelini düzeltmiştir.

Atomlar elektriksel olarak yüksüz olduğuna göre, elektronların negatif yükünü yok etmek için pozitif yüklü başka bir madde daha içermelidir. Elektronlar keşfedildikten sonra bu pozitif yüklü maddenin saptanması ve pozitif yüklü madde ile elektronların atom içinde nasıl dağıldığının da bilinmesi gerekmektedir.

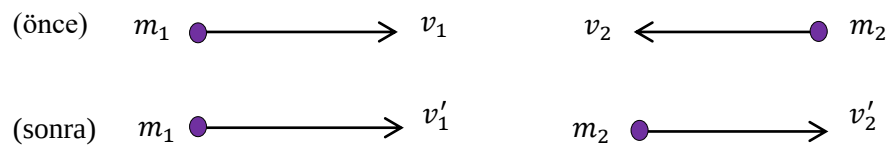
Thomson, 1903'te Yale Üniversitesinde verilen Silliman konferanslarında elektronların, bir kek içindeki kuru üzüm taneleri gibi, pozitif yüklü maddenin sürekli yapısı içine gömülmüş olduklarını önermişti. Neredeyse aynı zamanda, Tokyo' da Hantaro Nagaoka isimli Japon bir fizikçi "Satürnsel bir model" önerdi. Bu modele göre, aynı Satürn'ün

etrafındaki halkalar ya da Güneş'in etrafındaki gezegenler gibi, elektronlar da merkezinde pozitif yüklü madde etrafında yörüngelerde dolanıyordu. Nagaoka'nın önerdiği bu modelin gerçeğe daha yakın olduğunu bugün biliyoruz [2].

Atomun pozitif yükü gerçekten de küçük yoğun bir çekirdekte toplanmıştır ve elektronlar onun etrafında dönmektedir. Bu deneysel olarak mutlaka doğrulanmalıydı. Bunun için, α parçacıkların ($^4_2$He atom çekirdeklerin) altın atomlarından saçılması incelenebilir. Thomson'nun atom modeline göre α parçacıklarının geriye doğru saçılmaması gerekir fakat yapılan deneye göre α parçacıklarının geriye doğru saçıldığı gözlenmiştir. Şimdi yapacağımız hesaplarla bunu görmeye çalışalım.

2. Bir Boyutta Saçılma

Basit olması için önce tek boyutta ve çarpışmanın esnek olduğunu düşünerek çarpışma olayını ele alalım. Sol taraftan gelen m_1 kütleli, v_1 hızındaki bir parçacık ile sağ taraftan gelen m_2 kütleli ve v_2 hızındaki bir parçacık çarpışmış olsun (Şekil 1). Burada, dış kuvvetlerin olmadığı varsayıldığından toplam momentumun ve kinetik enerjinin korunumu kullanılarak çarpışmadan sonraki parçacıkların hızları



Şekil 1. Çarpışmadan önce ve sonra parçacıkların hızları

$$v_1' = \frac{(\lambda - 1)v_1 - 2v_2}{\lambda + 1} \tag{1}$$

$$v_2' = \frac{2\lambda v_1 + (\lambda - 1)v_2}{\lambda + 1} \tag{2}$$

ile verilir. Burada, $\lambda = \frac{m_1}{m_2}$ parçacıkların kütle oranlarını belirten bir kısaltmadır. λ'nın aldığı bazı değerlere göre bu çözümleri inceleyelim.

a) $m_1 = m_\alpha$ ve $m_2 = m_e$ alındığında yani α parçacıkları bir elektrondan saçıldığında

$$\lambda = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_\alpha}{m_e} = \frac{3{,}73\ \mathrm{GeV}/c^2}{0{,}511\ \mathrm{MeV}/c^2} = 7300 \tag{3}$$

bulunur. (3)'ten görüldüğü gibi, $\lambda \gg 1$ olduğu için (1) ve (2) numaralı hız formülleri

$$v_1' \cong v_1 - \frac{2}{\lambda} v_2 \tag{4}$$

$$v_2' \cong 2v_1 + v_2 \tag{5}$$

ile verilir. Geriye doğru saçılmanın olabilmesi için (4)'de $v_1' < 0$ şartını sağlayan $v_2 > \frac{\lambda}{2} v_1$ ifadesinde (3)'teki λ'nın değeri ve α parçacığın hızı $v_1 = 0.07c$ değeri yerine yazıldığında

$$v_2 > 256c \tag{6}$$

bulunur. Buna göre, elektronlar ancak ışık hızından çok büyük bir hızla α parçacıkları ile çarpıştıklarında α parçacıkları geriye doğru saçılabilir. Hiçbir parçacığın hızı ışık hızından daha büyük olamadığı için α parçacıklarının elektronlardan saçılması mümkün değildir.

b) Eğer α parçacığı kendi kütlesine eşit olan bir kütle ile etkileşirse, yani $\lambda = \frac{m_1}{m_2} = 1$ olduğunda ve $v_2 = 0$ alındığında çarpışmadan sonraki hızlar

$$\begin{aligned} v_1' &= 0 \\ v_2' &= v_1 \end{aligned} \tag{7}$$

ile verilir. Görüldüğü gibi geriye doğru saçılan α parçacığı elde edilemez.

c) Şimdi Rutherford'un düşündüğü gibi atomun pozitif yüklü kütlesinin çok küçük bir çekirdekte yoğunlaştığını, atomun önemli bir kısmının boşluk olduğunu ve negatif yüklü elektronların da çekirdek etrafında döndüğünü varsayalım. Bu durumda $m_1 = m_\alpha = 4m_u$ ve $m_2 = 49m_\alpha = 197m_u$ ve $v_2 = 0$ alındığında çözümler,

$$v_1' = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} v_1 \tag{8}$$

$$v_2' = \frac{2\lambda}{\lambda + 1} v_1 \tag{9}$$

bulunur. Burada,

$$\lambda = \frac{m_1}{m_2} = \frac{4m_u}{197m_u} = \frac{1}{49.25} \cong 0{,}02 \tag{10}$$

(iyi bir yaklaşımla $\lambda \ll 1$'dir) değeri (8) ve (9)'da yerine yazılarak

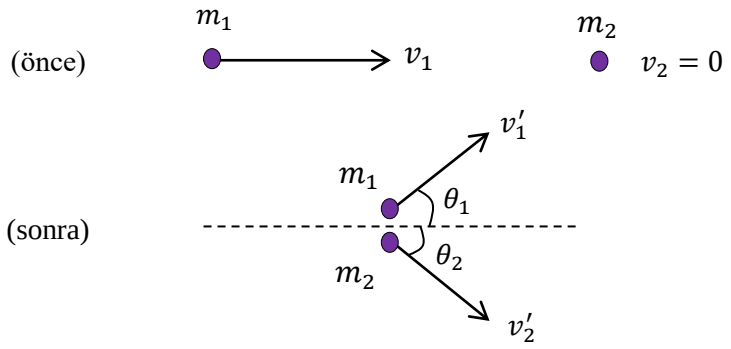
$$v_1' = \frac{0{,}02 - 1}{1{,}02} v_1 = -0{,}96 v_1 \tag{11}$$

$$v_2' = \frac{0{,}04}{1{,}02} v_1 = 0{,}039 v_1 \tag{12}$$

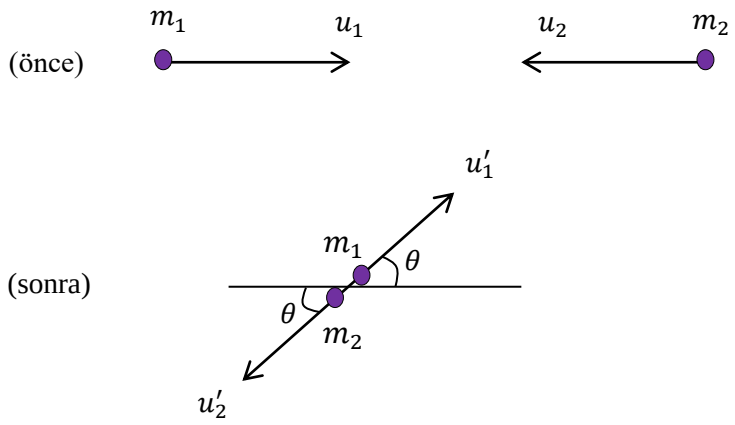
elde edilir. Buradan görüldüğü gibi α parçacığı geriye doğru saçılabilmekte ve çekirdek düşük bir hızla geri tepmektedir. Bu şekilde varsayılan atom modeli doğru olabilir.

3. İki Boyutta Saçılma

Benzer biçimde iki boyutta saçılma olayları Şekil 2 ve Şekil 3'te görüldüğü gibi laboratuvar ve kütle merkezi sisteminde incelenebilir. Laboratuvar ve kütle merkezi sisteminde gene momentumun ve kinetik enerjinin korunumundan laboratuvarda ölçülen θ_1 saçılma açısı ile kütle merkezinde ölçülen θ açısı arasında



Şekil 2. Laboratuvar sisteminde çarpışmadan önce ve sonraki hızlar



Şekil 3. Kütle merkezinde çarpışmadan önce ve sonraki hızlar

$$\tan\theta_1 = \frac{\sin\theta}{\cos\theta + \frac{m_1}{m_2}} \tag{13}$$

bağıntısı elde edilebilir [3].

a) $m_1 > m_2$ durumunda ve biraz matematiksel işlemlerden sonra

$$\sin(\theta_{1,max}) = \frac{m_2}{m_1} \tag{14}$$

formülü elde edilir [4]. Burada $m_1 = m_\alpha$ ve $m_2 = m_e$ alındığında α parçacığının bir elektrondan saçılmasına uygulanabilir, böylece

$$\sin(\theta_{1,max}) = \frac{m_e}{m_\alpha} = \frac{1}{7300} = 1{,}4\ 10^{-4} \tag{15}$$

$$\theta_{1,max} = \sin^{-1}(1{,}4\ 10^{-4})$$

ve buradan laboratuvarda ölçülen açının maksimum değeri $\theta_{1,max} = 1{,}4\ 10^{-4}$ rad ya da derece cinsinden

$$\theta_{1,max} = 1{,}4\ 10^{-4} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0{,}008^\circ \cong 0{,}01^\circ \tag{16}$$

gibi küçük bir değer bulunur. Bu nedenle, α parçacıkları geriye doğru saçılamaz.

b) $\lambda = \frac{m_1}{m_2} = 1$ özel durumunda (13) numaralı bağıntıdan

$$\tan\theta_1 = \frac{\sin\theta}{\cos\theta + 1} = \frac{2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)}{2\cos^2\theta} = \tan(\theta/2)$$

ve $\theta_1 = \theta/2$ elde edilmektedir. Kütle merkezinde ölçülen açının değişim aralığı $0 \leq \theta < \pi$ olduğundan laboratuvar sisteminde ölçülen açının değişim aralığı $0 \leq \theta_1 < \pi/2$'dir. Burada, $\tan\theta_1$ fonksiyonun $\theta = \cos^{-1}(-1)$ değerinde ıraksadığına dikkat etmek gerekir. Görüldüğü gibi geriye doğru saçılan α parçacığı elde edilememektedir.

c) $m_1 < m_2$ varsaydığımızda, α parçacıklarının Rutherford'un önerdiği gibi atomun neredeyse tüm kütlesinin bir noktada yoğunlaştığı çekirdekle etkileşmesinde, yani $\lambda = \frac{m_1}{m_2} = 0.02$ olduğu durumda (13)'ten

$$\tan\theta_1 = \frac{\sin\theta}{\cos\theta + 0{,}02} \cong \tan\theta \qquad (17)$$

ve dolayısıyla

$$\theta_1 \cong \theta \qquad (18)$$

elde ederiz. Kütle merkezindeki açının değişim aralığı $0 \leq \theta \leq \pi$ olduğu için laboratuvardaki θ_1 açısının değişim aralığı da $0 \leq \theta_1 \leq \pi$' dir. Buradan görüldüğü üzere α parçacığı geriye doğru saçılabilir. α parçacıklarının geriye doğru saçılma olayı ancak çekirdekten saçılmanın bir sonucudur.

4. Saçılan Açıların Standart Sapması

Diyelim ki x rastgele bir değişken olsun, bu durumda x'in ortalama (beklenen) değeri $<x>$, x'in varyansı veya dispersiyonu

$$(\Delta x)^2 = <(x - <x>)^2> = <x^2> - <x>^2 \qquad (19)$$

ile ve x'in standart sapması (kare-ortalama-kök)

$$\Delta x = \sqrt{<(x - <x>^2)>} = \sqrt{<x^2> - <x>^2} \tag{20}$$

ile tanımlanır. Benzer şekilde, rastgele değişken şimdi θ açısı olmak üzere, t kalınlığındaki levhadan N kez rastgele saçılma durumunda, saçılma açılarının toplamı

$$\theta_t = \sum_{i=1}^{N} \theta_i \tag{21}$$

ile ve toplam θ_t açısının beklenen değeri

$$<\theta_t> = \sum_{i=1}^{N} <\theta_i> = \sum_{i=1}^{N} <\theta> = N<\theta> \tag{22}$$

ile verilir. i numaralı atomdan saçılan θ_i açıları istatistiksel bağımsız (iki olaydan birinin meydana gelmesi, diğerinin meydana gelip gelmemesine bağlı değilse) olduğu varsayıldığı için $<\theta_i> = <\theta>$ yazılabilir ve θ açısının beklenen değeri

$$<\theta> = \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{2}(-\theta) = 0 \tag{23}$$

olduğu için toplam açının beklenen değeri de

$$<\theta_t> = 0 \tag{24}$$

bulunur. Toplam açının karesi

$$\theta_t^2 = \sum_{i=1}^{N} \theta_i \sum_{j=1}^{N} \theta_j = \sum_{i=1}^{N} \theta_i \left(\theta_i + \sum_{j \neq i}^{N} \theta_j \right) = \sum_{i=1}^{N} \theta_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j \neq i}^{N} \theta_i \theta_j \tag{25}$$

ve (25) ifadesinin ortalaması veya beklenen değeri

$$<\theta_t^2> = \sum_{i=1}^{N} <\theta_i^2> + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j\neq i}^{N} <\theta_i\theta_j> \quad (26)$$

şeklinde yazılabilir. Gene değişkenler istatistiksel bağımsız, yani

$$<\theta_i\theta_j> = <\theta_i><\theta_j> = <\theta>^2 = 0 \quad (27)$$

ve

$$<\theta_i^2> = <\theta^2> = \frac{1}{2}\theta^2 + \frac{1}{2}(-\theta)^2 = \theta^2 \quad (28)$$

olduğu için, (26) numaralı eşitliğin sağındaki son terim de yok olacağı için

$$<\theta_t^2> = \sum_{i=1}^{N} <\theta^2> = N<\theta^2> \quad (29)$$

elde edilir. Bulunan (29) ifadesi

$$(\Delta\theta_t)^2 = <\theta_t^2> - <\theta_t>^2 \quad (30)$$

(30) numaralı varyans (dispersiyon) formülünde yerine yazılarak

$$(\Delta\theta_t)^2 = <\theta_t^2> = N<\theta^2> \quad (31)$$

ve (31)'nin kare kökü alınarak, açıların standart sapması

$$\Delta\theta_t = \sqrt{N}\sqrt{<\theta^2>} \quad (32)$$

bulunur. Böylece (28) eşitliği (32)'de yerine yazılarak standart sapma için

$$\Delta\theta_t = \sqrt{N}\,\theta \quad (33)$$

formülü elde edilir [5].

5. Atom Sayısı ve Yarıçap

Bir atomun büyüklüğü ne kadardır ve nasıl hesaplanır? Bunu bir elementi, örneğin altın elementini örnek alarak görelim. Altın atomunun yarıçapının hesaplanabilmesi için önce birim hacimdeki altın atomlarının sayısının bilinmesi gerekir. Altın elementinin yoğunluğu $\rho = 19.3\ 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$ ve atom ağırlığının kütlesi $A = 197\ \mathrm{kg/mol}$'dir. Birim atom ağırlığının kütlesi,

$$m_u = \frac{\mathrm{kg/kmol}}{N_A} \tag{34}$$

tanımından, bir tane altın atomunun kütlesi,

$$m_a = Am_u = \frac{A}{N_A}\mathrm{kg/kmol} \tag{35}$$

ile verilmektedir. Burada, $N_A = 6.02\ 10^{26}\ \mathrm{kmol^{-1}}$ ile verilen Avogadro sayısıdır. Yoğunluğun tanımı

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{Nm_a}{V} = nm_a \tag{36}$$

ifadesinde (35)'in değeri yerine yazıldığında

$$\rho = \frac{nA}{N_A}\mathrm{kg/kmol} \tag{37}$$

elde edilir ya da birim hacimdeki atomların sayısını veren

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho N_A}{A\ \mathrm{kg/kmol}} \tag{38}$$

formülü elde edilir. Bilinen değerler (38)'de yerine yazıldığında

$$n = \frac{19.3\ 10^3\ \text{kg}}{\text{m}^3}\frac{6.02\ 10^{26}\text{atom kmol}^{-1}}{197\ \text{kg/kmol}} = 5.9\ 10^{28}\frac{\text{atom}}{\text{m}^3} \tag{39}$$

bulunur. Birim hacimdeki altın atomlarının sayısı $n = N/V$ bilindiğine göre, bir atoma ayrılan hacim miktarı

$$\frac{V}{N} = \frac{1}{n} = (2R)^3 \tag{40}$$

ve (25) eşitliğinden yarıçap

$$R = \frac{1}{2}\frac{1}{n^{1/3}} = \frac{1}{2}\left(\frac{A}{\rho N_A}\right)^{1/3} \tag{41}$$

formülü bulunur, daha sonra elementle ilgili bilinen ρ ve A değerleri yerine yazıldığında altın atomunun yarıçapı

$$R = \frac{1}{2 \times (5.9\ 10^{28}\ \text{m}^{-3})^{1/3}} = 1.28\ 10^{-10}\ \text{m} \cong 0.13\ \text{nm} \tag{42}$$

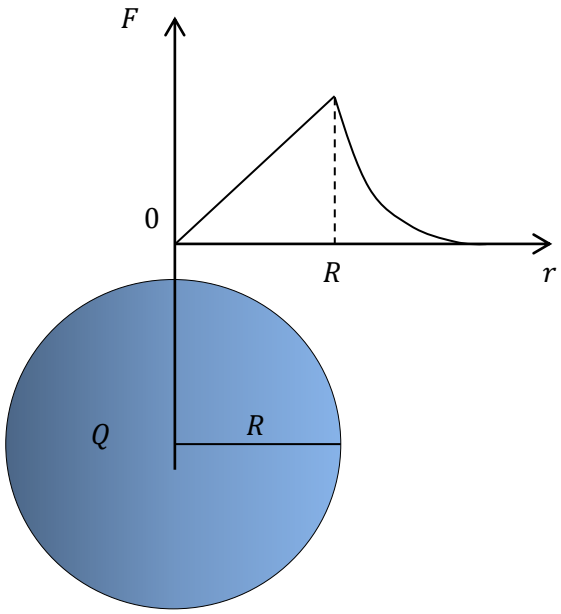
hesaplanmış olur.

6. Saçılmaların İstatistiksel Dağılımı

Radyoaktif bir kaynaktan çıkan q yüklü α parçacıklarının hedefte bulunan, üzerinde Q yükü düzgün dağılmış ve küre şeklindeki atomlarla etkileştiklerini düşünelim. Bu durumda atomun içinde ve dışında bulunan elektriksel kuvvet Gauss yasası gereğince

$$F = \begin{cases} \dfrac{kqQr}{R^3}, & 0 < r < R \\ \dfrac{kqQ}{r^2}, & R < r < \infty \end{cases} \tag{43}$$

parçalı fonksiyon ile verilir (Şekil 4).



Şekil 4. Yükü düzgün dağılmış küre ve elektriksel kuvvetin uzaklıkla değişimi

Saçılma açısının maksimum değerini belirlemek için etkiyen kuvvetin maksimum değer olması gerekir. Şekil 4'ten de görüldüğü gibi etkiyen bu kuvvet $r = R$'de maksimumdur.

$$F_{max} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{kqQ}{R^2} \tag{44}$$

İyi bir yaklaşım ile geçen zaman aralığı $\Delta t \cong 2R/v$ alınarak momentumdaki değişimin

$$\Delta p = \frac{kqQ}{R^2}\Delta t = \frac{kqQ}{R^2}\frac{2R}{v} = \frac{2kqQ}{Rv} \tag{45}$$

ve $p = m_\alpha v$ ifadesine oranından

$$\tan\theta_{max} = \frac{\Delta p}{p} = \frac{2kqQ}{m_\alpha R v^2} = \frac{kqQ}{K_\alpha R} \tag{46}$$

bulunur. Burada, $K_\alpha = \frac{1}{2}m_\alpha v^2$ gelen α parçacıklarının kinetik enerjisidir. α parçacıklarının yükü $q = 2e$, kinetik enerjisi K_α=9 MeV, altın atomunun yükü $Q = 79e$, altın atomunun yarıçapı $R = 0{,}13$ nm ve $ke^2 = 1{,}44$ eV · nm değerleri (46)'da yerine yazılarak

$$\tan\theta_{max} = \frac{ke^2 \times 2 \times 79}{9\ \text{MeV} \times 0{,}13\ \text{nm}} = \frac{1{,}44 \times 2 \times 79}{9 \times 0{,}13} 10^{-6}$$

$$\tan\theta_{max} \cong 2\ 10^{-4} \tag{47}$$

elde edilir. Burada, $x \ll 1$ yaklaşımında $\theta = \tan^{-1} x \cong x$ ve $\theta \cong x$ bulunur. Böylece açının maksimum değeri

$$\theta_{max} \cong 2\ 10^{-4}\ \text{rad} \times \frac{180^\circ}{\pi} \cong 0{,}01^\circ \tag{48}$$

elde edilerek α parçacıklarının altın atomundan en fazla $0{,}01^\circ$'lik açı ile saçıldığını göstermiş oluruz.

Kalınlığı $t = 0{,}4\ \mu\text{m}$ olan altın bir levhada atomların yan yana sıralandığını ve her bir atomun kapladığı konumun $2R$ olduğunu düşünürsek, saçılma sayısını

$$N = \frac{t}{2R} = \frac{4\ 10^{-7}\text{m}}{2 \times 0{,}13\ 10^{-9}\text{m}} = \frac{0{,}4\ \mu\text{m}}{2 \times 0{,}13\ \text{nm}} \cong 1539 \tag{49}$$

buluruz. Levhadan saçılan açıların standart sapması (veya kare-ortalama-kök) (33)'te $\Delta\theta_t = \sqrt{N}\,\theta$ ile verilen formülde $\sqrt{N} = \sqrt{1539} \cong 39$'un değeri yerine yazıldığında

$$\Delta\theta_t = 39 \times 2\ 10^{-4}\ \text{rad} = 0.0078\ \text{rad} \cong 0.45^\circ \tag{50}$$

değeri elde edilir ve dedektörde elde edilen olasılık ya da şiddet

$$I(\theta)d\theta = \frac{2I_0\theta}{\sqrt{\pi}\Delta\theta_t} e^{-\theta^2/(\Delta\theta_t)^2}\, d\theta \tag{51}$$

gibi bir Gaussiyen dağılım gösterir [6]. Buradan,

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{I(\theta)d\theta}{I_0} \cong \frac{\Delta\theta_t}{\sqrt{\pi}}\ e^{-\left(\frac{\pi/2}{\Delta\theta_t}\right)^2} \cong \frac{\Delta\theta_t}{\sqrt{\pi}}\ 10^{-0.434\left(\frac{\pi/2}{\Delta\theta_t}\right)^2} \tag{52}$$

elde edilir. Burada, $\frac{\pi/2}{\Delta\theta_t} \cong 200$ değeri de yerine yazıldığında,

$$\cong \frac{\Delta\theta_t}{\sqrt{\pi}}\ 10^{-17360} \cong 0.4\ 10^{-17362} \cong 0.4\ 10^{-(132)^2} \tag{53}$$

bulunur. Yapılan deneysel gözlemlerden bu oran $\sim 0.5\ 10^{-4}$ olduğuna göre, bu üzümlü kek modeliyle geriye saçılma söz konusu bile olamaz. Bir başka deyişle, Thomson atom modeli ile α parçacıkların geriye doğru saçılmaları açıklanamamaktadır [7]. Pozitif yüklerin ve atomun bütün kütlesinin neredeyse çekirdekte yoğunlaştığı Rutherford atom modelindeki α parçacıklarının olasılık dağılım fonksiyonu, Thomson'nun üzümlü kek modelindeki dağılım fonksiyonundan tamamen farklıdır. Yüklü çekirdekten saçılan α parçacıklarının dağılım fonksiyonu hesaplanarak atomun yapısı hakkında doğru bilgiler elde edilebilir.

7. Sonuç

Birçok fizikçi, çekirdeğin elektronları da içerdiğini düşünmüştü ve doğru cevap nötronun 1932'deki keşfine kadar bulunamadı. α parçacıklarının ($^4_2$He çekirdeklerin) kütlesinin açıklanabilmesi için 4 proton ve yükünün açıklanabilmesi için 2 elektron eklenmesi gerekir. Altın atomunun kütlesinin açıklanabilmesi için 197 proton ve çekirdekteki yükünün açıklanabilmesi için 118 elektron eklenmesi gerekir. Fakat basit bir hesapla $\Delta x \cdot \Delta p \sim \hbar$ Heisenberg belirsizlik ilkesi kullanılarak çekirdek içinde elektronun bulunamayacağı açıklanabilir. Çekirdek çapı $\Delta x \sim 10^{-15}$m ve $\Delta p \sim p$ alınarak kinetik enerji formülünden

$$K = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{(\hbar c)^2}{2m_e c^2 (\Delta x)^2} = \frac{(197.33\ \ \text{eV} \cdot \text{nm})^2}{2 \times 0.511\ \text{MeV} \cdot (10^{-15}\text{m}\ )^2} \cong 40\ \text{GeV} \tag{54}$$

bulunur. Atomlarda bu kadar yüksek enerjili elektronlar gözlenemez ancak ~eV mertebesinde gözlenebilirler. Benzer hesaplar atom çapı $\Delta x \sim 10^{-10}$m alındığında ve işlemler tekrarlandığında $K \sim 4$ eV bulunur. Yüksek enerjili α parçacıkları çekirdeğe kısa mesafelere kadar, örneğin

$$r_{min}\ = \frac{kqQ}{K_\alpha} = \frac{1.44\ \text{MeV} \cdot \text{fm}\ 2 \times 79}{9\ \text{MeV}} \cong 25.3\ \text{fm} \tag{55}$$

yaklaşabilir. Bu nedenle etkiyen elektriksel kuvvet çok daha büyüktür ve böylece parçacıklar geniş açıyla geriye doğru saptırılabilirler. Geiger ile Marsden 1909 yılında yaptıkları deneyde bunu gözlemlediler [7].

Dedektörde tespit edilen I şiddettin, gelen parçacıkların I_0 şiddetine oranı,

$$\frac{I(\theta)}{I_0} = \frac{nAt}{r^2}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) \tag{56}$$

formülü ile verilir. Burada, n birim hacimdeki atom ya da çekirdek sayısı, A ışınlanan levhanın yüzey alanı, t levhanın kalınlığı, r dedektöre olan uzaklık ve son terim diferansiyel tesir kesitidir. Rutherford atom modeline göre çekirdekten saçılan α parçacıklarının şiddeti

$$I(\theta) = \frac{I_0 nAt}{16r^2}\left(\frac{kqQ}{K_\alpha}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \tag{57}$$

ile verilen dağılımı gösterir [4]. (57) ile verilen ifadenin katı açı üzerinden alınan integrali

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{I(\theta)}{I_0} \sin\theta \, d\theta d\varphi = \frac{nAt}{16r^2}\left(\frac{kqQ}{K_\alpha}\right)^2 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin\theta \, d\theta d\varphi}{\sin^4 \theta/2} = \frac{nAt}{16r^2}\left(\frac{kqQ}{K_\alpha}\right)^2 4\pi \tag{58}$$

ile verilir. (39), (49) ve (55)'teki sayısal değerler yerine yazıldığında A/r^2'nin katsayısı $0.12\ 10^{-4}$ olarak bulunur. Bu sonuç Geiger ve Marsden deneyi ile uyuşmaktadır.

(56) ve (57)'den açının $\theta \approx 0$ civarındaki diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{kqQ}{K_\alpha}\right)^2 \frac{1}{(\theta^2 + \theta_c^2)^2} \tag{59}$$

olarak elde edilir. Burada (59) eşitliğinin ıraksamaması için paydaya, adına klasik kesilim (cutoff) açısı denilen θ_c açısı eklenmiştir [8]. Rutherford saçılmasında vurma parametresi olarak bilinen

$$b = \frac{kqQ}{2K_\alpha}\cot(\theta/2) \tag{60}$$

ile verilen formülde küçük açı yaklaşımında ve $b = R$ alınarak

$$\theta_c = \frac{kqQ}{K_\alpha R} \tag{61}$$

elde edilebilir. Dikkat edilirse (61) ile verilen bu değer (46) eşitliğiyle aynıdır. (59) numaralı eşitlik katı açı üzerinden integre edilerek

$$\sigma = \int \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) \sin\theta \, d\theta d\varphi \approx 2\pi \left(\frac{kqQ}{K_\alpha}\right)^2 \int_0^\infty \frac{\theta \, d\theta}{(\theta^2 + \theta_c^2)^2} \approx \pi \left(\frac{kqQ}{K_\alpha}\right)^2 \frac{1}{\theta_c^2} \tag{62}$$

ve (61) ile verilen θ_c'nin değeri (62)'de yerine yazıldığında toplam tesir kesiti

$$\sigma \approx \pi R^2 \tag{63}$$

yani atomun geometrik alanı bulunur [8].

Kaynaklar

[1] Thomson J.J., Philosophical Magazine. 44, 293 (1897).

[2] Weinberg, S., The Discovery of Subatomic Particles, Revised Edition, Cambridge University Press, 2003 (Türkçe Çeviri: Prof. Dr. Z. Zekeriya Aydın, Atomaltı Parçacıklar, TÜBİTAK, Popüler Bilim Kitapları, Ankara, 2002).

[3] Kittel, C., Knigth, W.D., Ruderman, M.A., Helmholz, A.C. and Moyer, B.J., Mechanics, Berkeley Physics Course, Vol. 1, Second Edition, McGraw-Hill, Inc. (1973).

[4] Barger, V. and Olsson, M., Classical Mechanics: A Modern Perspective, McGraw-Hill, Inc. (1995).

[5] Reif, F., Statistical Physics, Berkeley Physics Course, Vol. 5, First Edition, McGraw-Hill, Inc. (1967).

[6] Eisberg, R.M, Fundamentals of Modern Physics, John Wiley & Sons, Inc., (1961).

[7] Geiger, H. and Marsden E., On a Diffuse Reflection of the α-Particles, Proceedings of the Royal Society of London A, 82 (557), 495-500 (1909).

[8] Jackson J.D., Classical Electrodynamics (3rd ed.). John Wiley and Sons, Inc., NewYork (1999).