

T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BAZI MADDE FORMLARININ UNİMODÜLER f(R) GRAVİTASYON TEORİSİNDE İNCELENMESİ

Hüseyin AYDIN

Fizik Anabilim Dalı

T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

BAZI MADDE FORMLARININ UNİMODÜLER f(R) GRAVİTASYON TEORİSİNDE İNCELENMESİ

Hüseyin AYDIN
Fizik Anabilim Dalı
Tezin Sunulduğu Tarih: **30/06/2017**

Tez Danışmanı:
Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

ÇANAKKALE

Hüseyin AYDIN tarafından Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU yönetiminde hazırlanan ve **30/06/2017** tarihinde aşağıdaki jüri karşısında sunulan "**Bazı Madde Formlarının Unimodüler f(R) Gravitasyon Teorisinde İncelenmesi**" başlıklı çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Fizik Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak oybirliği/oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

JÜRİ

Prof. Dr. İsmail TARHAN ……

Başkan

Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU ……

Üye

Yrd. Doç. Dr. Özlem KOCAHAN YILMAZ ……

Üye

Prof. Dr. Levent GENÇ

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

Sıra No:……

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Hüseyin AYDIN

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışması süresince sabırla çalışmalarımı yönlendiren ve bana yardımcı olan kıymetli danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU`ya teşekkür ederim.

Hüseyin AYDIN

Çanakkale, Haziran 2017

SİMGELER VE KISALTMALAR

S	Etki fonksiyonu
R	Ricci skaleri
g_{ik}	Metrik tensör
g	Metrik tensörün determinantı
R_{ik}	Ricci tensörü
T_{ik}	Enerji-Momentum tensörü
G_{ik}	Einstein tensörü
Λ	Kozmolojik sabit
λ	Lagrange çarpanı
“,”	Adi türev
∇_i	Kovaryant türev
∇^2	Laplace operatörü
$\square$	d’Alembert operatörü
κ	$8\pi G/c^4$ değerinde sabit (G: Evrensel çekim sabiti, c: Işık hızı)
Φ	Skaler alan potansiyeli
$\dot{\Phi}$	Φ Fonksiyonunun “r” koordinatına göre türevi
f(R)	Ricci skalerine bağlı bir fonksiyon
U(R)	df(R)/dR ile ifade edilen fonksiyon
$\dot{U}$	U(r) fonksiyonunun “r” koordinatına göre türevi

ÖZET

BAZI MADDE FORMLARININ UNİMODÜLER f(R) GRAVİTASYON TEORİSİNDE İNCELENMESİ

Hüseyin AYDIN
Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi
Danışman: Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU
30/06/2017, 24

Bu tez çalışmasında, güncel alternatif gravitasyon teorilerinden biri olan unimodüler f(R) teoride (1+1)-boyutlu Schwarzschild karadelikleri skaler alan varlığında ve vakum durumunda incelenmiştir. Bu amaçla, unimodüler f(R) teorinin (3+1)-boyutlu alan denklemleri (1+1)-boyuta göre düzenlenmiştir. Alan denklemlerine ilave olarak enerji-momentum korunum denklemleri ve Klein-Gordon denkleminden de yararlanılarak f(R) fonksiyonu ve skaler alan potansiyeli fonksiyonu bulunmuştur. Elde edilen f(R) fonksiyonu, Schwarzschild karadelikleri geometrisi ve geçerli f(R) modellerinden Λ-CDM modeli ile karşılaştırılarak yorumlanmıştır. Skaler alan fonksiyonu önceki çalışmalar ile karşılaştırılmış ve birlikte değerlendirilerek yorumlanmıştır. Unimodüler f(R) teoride elde edilen çözümlerin fiziksel olarak anlamlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar sözcükler: Unimodüler f(R) Teori, Schwarzschild Karadelikleri, Skaler Alan.

ABSTRACT

THE INVESTIGATION OF SOME MATTER FORMS IN UNIMODULAR f(R) GRAVITATION THEORY

Hüseyin AYDIN

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Master of Science Thesis in Physics Science

Advisor : Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

30/06/2017, 24

In this thesis, it has been investigated unimodular f(R) theory, one of the current alternative gravitation theories, in the presence of scalar field and vacuum in the (1+1) - dimensional Schwarzschild black holes. For this purpose, (3+1)-dimensional field equations of unimodular f(R) theory have been rearranged in (1 + 1)-dimensional form. In addition to the field equations, the energy-momentum conservation law and Klein-Gordon equation have been used to find f(R) function and scalar potential function. The obtained f(R) function is interpreted by comparing it with the one of valid f(R) models, Λ-CDM model and Schwarzschild black hole geometry. The scalar field function was compared and interpreted together with previous studies. It has been concluded that the obtained results in f(R) theory are physically meaningful.

Keywords: Unimodular f(R) Theory, Schwarzschild Black Holes, Scalar Field.

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

TEZ SINAVI SONUÇ FORMU ii
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI iii
TEŞEKKÜR iv
SİMGELER VE KISALTMALAR v
ÖZET vi
ABSTRACT vii
ŞEKİLLER DİZİNİ ix
BÖLÜM 1
GİRİŞ 1
BÖLÜM 2
ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR 5
BÖLÜM 3
MATERYAL VE METOT 8
BÖLÜM 4
ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA 11
BÖLÜM 5
SONUÇ VE ÖNERİLER 16
KAYNAKLAR 20
ÖZGEÇMİŞ I

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 5.1. Φ(r) ve f(R) Fonksiyonlarının radyal koordinata göre değişimi……..…..…17

Şekil 5.2. Φ(r) Fonksiyonunun radyal koordinatla değişimi……..……..17

Şekil 5.3. Φ(r) Skaler alan potansiyelinin farklı integral sabiti seçimlerinde "r" koordinatına göre değişimleri ……..…….....18

BÖLÜM 1
GİRİŞ

Matematiksel olarak ifade edilen ilk gravitasyon (kütleçekim) teorisi, skaler bir teori olan Newton gravitasyon teorisidir. Fiziksel etkileşme hızlarının sonlu olduğunun anlaşılması Galilei dönüşümlerinin kullanıldığı Newton gravitasyon teorisiyle çelişmiştir. Bu gibi sorunlar nedeniyle Lorentz invaryanslı alternatif gravitasyon teorilerinin geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur (Özemre, 1982).

Lorentz invaryanslı gravitasyon teorilerinin en yaygın kabul edileni Einstein tarafından Riemann geometrisi üzerine kurulan, uzay ve zamanı birlikte değerlendiren genel görelilik teorisidir (Özemre, 1982). Genel görelilik teorisinin (Einstein-Hilbert) etki fonksiyonu aşağıdaki şekildedir (Carroll, 2004).

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int \sqrt{-g}\ R\ d^4x + S_m \tag{1.1}$$

Burada S_m madde alanının etki fonksiyonudur. Genel görelilik teorisi Newton'un teorisiyle açıklanamayan olayları -Merkür'ün perihel noktasının ötelenmesi, ışığın gravitasyonel alanda sapması, gravitasyonel alandan geçen ışığın frekansının azalması- başarıyla açıklayabilmiştir. Ancak, evrenin erken dönem ve son dönem davranışlarını birlikte açıklamada yeterli olamamıştır. Önce Hubble gözlemleri ve daha sonrasında ise Tip-Ia Süpernova gözlemleriyle evrenin ivmelenerek genişlemesi keşfedilmiş, bu durumun açıklanması için ise gözlemlerle daha tutarlı modellere ihtiyaç duyulmuştur (Weinberg, 1989; Riess, 2000).

Bugüne kadar öne çıkan bazı gravitasyon teorileri; skaler teoriler, vektörel teoriler, tensörel teoriler (Einstein gravitasyon teorisi, Gauss-Bonnet gravitasyon teorisi, f(R) teori), vektörel-tensörel teoriler, skaler-tensörel teoriler (Brans-Dicke gravitasyon teorisi, Lyra gravitasyon teorisi), bimetrik teoriler, metrik olmayan teoriler (teleparalel gravitasyon teorisi) şeklinde sınıflandırılabilir (Özemre, 1982; Clifton, 2006).

Evrenin genişleme nedeninin belirlenmesi ve bunun yanında kuantum teorisinde vakum enerjisinin davranışının araştırılmasında kozmolojik sabit teriminden yararlanılmaktadır (Weinberg, 1989). Kuantum gravitasyon teorisinde vakum enerjisine ait enerji momentum tensörü $< T_{ik} >= -< \rho > g_{ik}$ ile ifade edilmektedir (Weinberg, 1989). Einstein gravitasyon teorisinde alan denklemleri, madde olmadığı durumda $G_{ik} \equiv -\Lambda\, g_{ik}$

denkliği şeklindedir. Yani, kozmolojik sabit kuantum gravitasyon teorisindeki vakum enerji yoğunluğuna karşılık gelmektedir (Carroll, 2001). Kuantum gravitasyon teorisine göre, evrenin hızlanarak genişlemesine neden olduğu düşünülen vakum enerjisi deneyler ile $(10^{-3}\ \text{eV})^4$ olarak ölçülmesine rağmen, kuantum alan teorisi kullanılarak teorik hesaplardan elde edilen sonuçlar bu değerden 10^{60}~10^{120} kat daha yüksek olarak bulunmaktadır (Carroll, 2001; Nojiri ve ark., 2016b).

Kozmolojik sabit probleminin genel görelilik kapsamında çözülememiş olması, unimodüler gravitasyon teorisi gibi teorilerin geliştirilmesine yol açmıştır (Fiol ve Garriga, 2010).

Güncel çalışmaların yapıldığı unimodüler gravitasyon teorilerinde metrik tensörün determinantı $\sqrt{\pm g} = 1$ veya ϵ herhangi bir sabit olmak kaydıyla $\sqrt{\pm g} = \epsilon$ olmalıdır (Anderson ve Finkelstein, 1971; Padilla ve Saltas, 2015). Genel görelilikten farklı olarak metrik tensör $g_{ik}\delta g^{ik} = 0$ şartını sağlamalıdır (Unruh, 1989). Kozmolojik sabit, unimodüler Einstein-Hilbert etki fonksiyonundan bir integral sabiti olarak elde edilebilir (Padilla ve Saltas, 2015). Bu durum, kozmolojik sabitin gerçek değerinin fizik ilkelerinden hareketle bulunabilmesine olanak verir (Finkelstein ve ark., 2001).

Unimodüler genel görelilik teorisi, klasik olarak genel görelilik teorisi ile aynı öngörülerde bulunmaktadır ve klasik limit durumlarında iki teori eşdeğer olmaktadır (Fiol ve Garriga, 2010). Ancak kuantum etkileri söz konusu olduğunda iki teori farklılaşmaktadır (Alvarez, 2005).

Güncel alternatif gravitasyon teorilerinden bir diğeri de f(R) teoridir. Bu teoride f(R), Ricci skalerine bağlı bir fonksiyonudur. Genel görelilikten farklı olarak etki fonksiyonu Ricci skaleri yerine f(R) fonksiyonuna bağlıdır (Buchdahl, 1970; Lobo ve Oliveira, 2009).

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int \sqrt{-g}\ f(R)\ d^4x + S_m \qquad (1.2)$$

Einstein gravitasyonu ile elde edilme imkânı bulunmayan evrenin erken ve geç dönem hızlanmasının birlikte tanımlanması f(R) teoride mümkün olmaktadır (Nojiri ve ark, 2016a). f(R) teorinin metrik f(R), Palatini ve metrik-afin versiyonları bulunmaktadır (Faraoni, 2008).

Bu tez çalışmasında unimodüler f(R) teori kapsamında madde ve uzay-zaman ilişkileri incelenecektir.

Unimodüler f(R) teori kozmolojik sabit ve evrenin enflasyon dönemini tanımlamakta özgün yöntemler sunmaktadır (Nojiri ve ark., 2016a). Nojiri ve ark. (2016a) tarafından Jordan referans sisteminde unimodüler f(R) teoriye ait etki fonksiyonu aşağıdaki gibi önerilmiştir:

$$S = \int d^4x \left(\sqrt{-g}\,(f(R) - \lambda) + \lambda\right) + S_m\,. \tag{1.3}$$

Burada λ Lagrange çarpanını ifade etmektedir (Nojiri ve ark., 2016a). λ=0 alınırsa f(R) teorinin etki ilkesi elde edilir (Nojiri ve ark., 2016b).

Unimodüler f(R) teori ile f(R) teori arasındaki farklar Newton limiti ve madde kararsızlığının incelenmesinde görülmektedir. f(R) teorinin Newton limiti Newton yasalarında düzeltmeye neden olurken, unimodüler f(R) teoride unimodülerlik şartı sayesinde Newton potansiyeli Φ = -GM/r değişmeden kalmaktadır (Nojiri ve ark., 2016b). Diğer yandan, madde kararsızlığı sorunu, enerji yoğunluğu ve uzay-zaman eğriliğinin, evrenin ortalama yoğunluğuna oranla çok büyük olduğu durumlarda ortaya çıkabilir (Nojiri ve Odintsov, 2011). Madde kararsızlığı testi için f(R) teoride alan denklemlerinin izi alınarak işlem yapılmaktadır. Unimodüler f(R) teoride ise, Lagrange çarpanının yok edildiği alan denklemlerinin izi doğrudan sıfıra eşit olmaktadır. Bu nedenle, unimodüler f(R) teoride madde kararsızlığının araştırılması için, f(R) teoriden farklı yöntemler gerekmektedir (Nojiri ve ark., 2016b).

Unimodüler f(R) teoride belirli bir Hubble parametresine göre evrenin evrimi incelenerek, bunun hangi f(R) modeline karşılık geldiği araştırılabilmekte ve bunun sonucunda f(R) modelinde düzeltmeler yapılabilmektedir (Nojiri ve ark., 2016a).

(1+1)-boyutlu uzay-zaman geometrilerinde bir uzaysal ve bir zamansal boyut bulunmaktadır (Boozer, 2008). Ayrıca, kuantum gravitasyon teorilerinde çok kısa (Planck ölçeği mertebesindeki) mesafeler incelenirken (1+1)-boyutlu uzay-zaman geometrilerinin kullanılabileceği önerilmektedir (Carlip, 2009).

Einstein alan deklemlerinin vakum çözümünden elde edilen uzay-zaman geometrisinin (Schwarzschild uzay-zamanı) içerdiği tekillikler karadelik kavramını ortaya çıkarmıştır (Ruffini ve Wheeler, 1971). Schwarzschild uzay-zamanında, yarıçapın $r \leq 2GMc^{-2}$ olduğu bölgede uzay-zaman tekilliği oluşur. Bu bölgede, hareket denklemleri ile ifade edilen jeodezikler, ışığın dışına çıkamayacağı kapalı yörüngeler haline gelir (Hawking, 1972). Schwarzschild karadeliğinin olay ufku $r = 2GMc^{-2}$ ile ifade edilir. Olay

ufkunun dışında kalan gözlemciler, olay ufku ve ötesinden bilgi alamazlar (Hawking, 1972). Kartezyen koordinatlarda (1+1)-boyutta (x,t) uzay-zamanı iki bölgeye ayıran (kapalı olmayan) yörüngeler de olay ufku olarak kabul edilmektedir (Boozer, 2008). Ancak, küresel koordinatların yarıçap koordinatı sayesinde, (1+1)-boyutta (r,t) uzay-zamanında kapalı eğriler elde edilmesi mümkün olmaktadır. Ayrıca, kozmolojik sabitli Einstein alan denklemlerinin iki boyutta vakum çözümünden $R-\Lambda=0$ ifadesi elde edilir. Kısacası, Ricci skaleri (skaler eğrilik) kozmolojik sabite karşılık gelir. Bu sabit skaler eğrilik, küresel Rindler koordinat sisteminde hiperbolik olay ufkuna sahiptir ve (1+1)-boyutta karadeliklerin varlığını gösterir (Brown ve ark., 1986). Madde formlarının varlığı durumunda (1+1)-boyut için ize bağlı Einstein alan denklemi $R-\Lambda=8\pi GT$ şeklindedir. (1+1)-boyutta karadelik çözümleri klasik açıdan bu denklem kullanılarak elde edilebilir (Mann ve ark., 1990).

Bu tez çalışmasında (1+1)-boyutlu karadelik uzay-zamanı kullanılarak, unimodüler f(R) teoride skaler alan varlığında ve vakum durumunda alan denklemlerinin çözümleri araştırılacaktır. Elde edilen sonuçlar madde ve uzay-zaman geometrisi ilişkileri yönünden incelenecek ve diğer gravitasyon teorileriyle karşılaştırılıp yorumlanacaktır.

BÖLÜM 2
ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Unimodüler gravitasyon teorilerinin kökenleri genel görelilik teorisinin ortaya çıktığı döneme kadar uzanmaktadır. Einstein, determinantı $\det g_{\mu\nu} = -1$ şartını sağlayan ve unimodüler koordinatlar olarak adlandırılan koordinat sistemlerinde gravitasyon yasalarının daha basit bir şekle dönüştüğünü belirtmiştir (Padilla ve Saltas, 2015). Ayrıca, Einstein maddenin temel parçacıklarının yapısında gravitasyonel alanların rolü üzerine yaptığı çalışmada kozmolojik sabitin integral sabiti olarak elde edilebileceğini göstermiştir (Finkelstein ve ark., 2001). Ancak bu çalışmada umimodüler gravitasyon için bir Lagrangian kullanılmamıştır (Finkelstein ve ark., 2001). Anderson ve Finkelstein (1971) tarafından Lagrangian kullanılarak metrik tensörün determinantı bir sabite eşit olacak şekilde sınırlandırılan ($\sqrt{\pm g} = \epsilon$) bir etki fonksiyonu tanımlanmıştır. Buchmüller ve Dragon (1988), hacmin korunduğu sınırlı koordinat dönüşümleri altında invaryant kalan bir etki ilkesi kullanarak Einstein alan denklemlerini elde etmiş, bu dönüşümler altında kozmolojik sabitin keyfi başlangıç şartlarına bağlı bir sabit olduğunu göstermişlerdir.

Unimodüler gravitasyon teorisi üzerine çalışmalar, ağırlıklı olarak kuantum gravitasyon teorisinde vakum enerjisi, kozmolojik sabit ve zaman problemlerine çözüm bulmak amacıyla yapılmaktadır (Buchmüller ve Dragon, 1988; Unruh, 1989; Henneaux ve Teitelboim, 1989; Weinberg, 1989; Ng ve Van Dam, 2001).

Unruh (1989) tarafından $\sqrt{\pm g} = 1$ sınırlaması ve Hamiltonyen kullanılarak unimodüler gravitasyonun kanonik kuantizasyonu gösterilmiştir. Henneaux ve Teitelboim (1989) tarafından Lagrange çarpanı işlevi gören bir skaler alan ve vektör yoğunluğu alanı kullanılarak, sınırlandırılmamış metrik ve ayar simetrisi içeren bir etki fonksiyonu geliştirilmiştir. Ng ve Van Dam (2001) unimodüler gravitasyon teorisini kullanarak zamanla değişen kozmolojik sabit fikrini ortaya atmışlardır.

f(R) teori, Buchdahl (1970) tarafından Ricci skalerinin bir fonksiyonu olarak tanımlanmış, daha sonra Starobinsky'nin (1980) ve Strominger'in (1984) çalışmaları ile geliştirilmiştir.

Ahmed (2012) tarafından (1+1)-boyutlu f(R) teori üzerine yapılan çalışmada Friedmann-Robertson-Walker (FRW) uzay-zamanında ufuk problemi ve enflasyon evresi için çözümler elde edilmiştir. Kuantizasyon işlemi yapılarak Wheeler-DeWitt denklemi ile Starobinsky enflasyon modeli için (3+1)-boyutta elde edilemeyen bir tam çözüm

bulunmuştur. Mazharimousavi ve ark. (2013), f(R) teoride Reissner-Nordström tipi karadeliklerin varlığını göstermiştir.

Unimodüler f(R) teori ile ilgili çalışmalar oldukça yeni olup, Eichhorn (2015) tarafından kuantum gravitasyonu üzerine çalışmalarda (unimodüler f(R) teoride grup akışlarının renormalizasyonu) kullanılmak üzere alan denklemleri elde edilmiştir. Nojiri ve ark. (2016a) tarafından klasik gravitasyon üzerine çalışmalarla geliştirilmiştir. Nojiri ve ark. (2016a), Jordan referans sisteminde unimodüler Einstein-Hilbert etki fonksiyonunu Lagrange çarpanı kullanarak f(R) teoriye uyarlayıp, unimodüler f(R) teoriye ait alan denklemlerini elde etmişlerdir. Bazı yaklaşımlar ile Einstein gravitasyonu bağlamında elde edilme imkânı olmayan sonuçlar elde etmişlerdir. Unimodüler genel görelilik teorisi ve f(R) teoriye göre farklı sonuçlara ulaşmışlardır. Nojiri ve ark. (2016), unimodüler f(R) teori sisteminin davranışını ideal akışkan olarak kabul edip, elde ettikleri sonuçları çeşitli kozmolojik modellere (özellikle enflasyon dönemine ait olan) uygulayarak, Planck ve BICEP2 gözlem verileri ile uyumlu sonuçlara ulaşmışlardır.

Hiscock (1977) skaler alanlı, (1+1)-boyutlu karadelikler için stres-enerji tensörünü elde ederek, bu tip karadeliklerin yüzeyleri ile orantılı bir sıcaklıkta kara cisim ışıması yaptıklarını ifade etmiştir. Brown ve ark. (1986), iki boyutlu Einstein gravitasyonu için Rindler tipi koordinat sisteminde jeodezikleri araştırarak (1+1)-boyutta hiperbolik olay ufkuna sahip karadelik çözümü elde etmişlerdir. Mann ve ark. (1990), tarafından (1+1)-boyutlu karadeliklerin klasik ve kuantum özellikleri araştırılmıştır. Mann ve ark., verilen bir enerji-momentum tensörü için olay ufkunun yapısını belirleyerek, test parçacıklarının öz-zaman olarak sonlu sürede, koordinat zamanında ise sonsuz sürede olay ufkunun ötesine geçtiklerini göstermişlerdir. Parçacık dalga fonksiyonlarının ‘t Hooft tarafından tanımlanan bazı özelliklerinin (3+1)-boyutlu karadeliklerin aksine madde kaynağına bağlı olduğunu bulmuşlardır. Throdden ve ark. (1993), çözümü Schwarzschild uzay-zamanında çok büyük yarıçap değerlerine ve de-Sitter uzay-zamanında olay ufkunun içerisindeki çok uzak noktalara uzanan bir model geliştirerek, (Mukhanov and Brandenberger (1992) tarafından geliştirilen eğriliği sınırlayan yöntemi kullanarak) (1+1)-boyutlu tekillik içermeyen karadelik çözümü elde etmiştir.

Banados ve ark. (1992) tarafından (2+1)-boyutta BTZ tipi olarak adlandırılan karadelik çözümü elde edilmiştir. Achucarro ve Ortiz (1993) tarafından BTZ tipi karadeliklerin (1+1)-boyutta da varlığı gösterilmiştir (Vagenas, 2002). Ortiz (2012) tarafından (1+1)-boyutta BTZ tipi gerçek skaler alanlı karadelikler için kozmolojik sabitli yarı klasik Einstein alan denklemleri çözülerek enerji momentum tensörünün (kuantum

teorisinde) beklenen değeri elde edilmiştir ve kozmolojik sabit ile Ricci skaleri arasında $\Lambda=R/48\pi$ eşitliği bulunmuştur. Frolov ve ark. (2006), (1+1)-boyutlu yüklü karadelik geometrisini inceleyerek, statik karadelik çözümleri elde etmiş ve bu çözümlerin nedensel yapı açısından (3+1)-boyutlu Reissner-Nordström çözümleri ile aynı olduğunu göstermiştir.

Ayrıca, Ganguly ve ark. (2014), karadeliklerin madde toplamasını (accretion) sicim bulutu ve Schwarzschild tipi karadelik kullanarak araştırmışlardır. Cadoni ve Franzin (2015), Einstein gravitasyonu çerçevesinde skaler alan kaynaklı, asimptotik olarak düz karadelikleri araştırmışlardır. Tekillik yakınında bu tip karadeliklerin Janis-Newmann-Winicour-Wyman (JNWW) çözümündeki gibi davrandığını belirlemişlerdir. Büyük kütleli, asimptotik olarak düz karadeliklerin termodinamik özelliklerinin Schwarzschild karadelikleri ile uyumlu olduğunu göstermişlerdir. Zhang ve ark. (2016), f(R) teoride Starobinsky R^2 modelinde, skaler alanın küresel simetrik kütleçekimsel çökmesini araştırmışlardır. f(R) teoride konformal dönüşümden kaynaklanan ek bir skaler alanın karadeliklerin oluşumunu etkilediği sonucuna varmışlardır. Mazharimousavi ve Halilsoy (2016), $f(R)=R^n$ modelinde sicim bulutu kaynaklı 2+1 boyutlu BTZ tipi karadeliklerde $n\geq 1$ ve tamsayı olduğu durumlar için ışıksal (null-like) ve zamansal (timelike) jeodezikleri incelemiştir. Ahmed ve Saifullah (2016), Reissner-Nordström-deSitter uzay-zamanındaki karadeliklerde olay ufkunun kuantum mekaniğindeki potansiyel bariyeri olarak ele alındığı yaklaşımı kullanarak, skaler alanın gri-cisim (üzerine gelen tüm radyasyonu kara-cisme göre daha az absorbe eden) faktörünü analiz etmişlerdir. Panotopoulos ve Rincon (2016), skaler alan için gri-cisim faktörünü BTZ tipi karadeliklerde incelemiştir.

BÖLÜM 3
MATERYAL VE YÖNTEM

(1.3) denklemi ile tanımlanan unimodüler f(R) teorinin etki fonksiyonu aynı zamanda bu teorinin alan denklemlerini de tanımlamaktadır. Etkinin varyasyonundan faydalanarak (3+1)-boyutta unimodüler f(R) teorinin alan denklemleri aşağıdaki gibi önerilmiştir (Nojiri ve ark., 2016a).

$$\frac{1}{2}g_{ik}(f(R)-\lambda)-R_{ik}U(R)+\nabla_i\nabla_k U(R)-g_{ik}\nabla^2 U(R)+\frac{1}{2}T_{ik}=0 \qquad (3.1)$$

Burada g_{ik}, metrik tensör; R_{ik}, Ricci tensörü; T_{ik}, enerji-momentum tensörüdür. λ, Lagrange çarpanını, ∇_i, kovaryant türevi ve ∇^2 ise Laplace operatörünü gösterir. Ayrıca, U(R) fonksiyonu $\mathrm{U(R)=df(R)/dR}$ şeklinde tanımlanan parametrik bir fonksiyondur. Bu çalışmada, tüm alan denklemlerinde $\kappa=1$ $(8\pi G=c^4=1)$ alınmıştır. (3.1) denkleminin izi aşağıdaki gibi elde edilir (Nojiri ve ark., 2016b).

$$2(f(R)-\lambda)-R\,U(R)-3\nabla^2 U(R)+\frac{1}{2}T=0 \qquad (3.2)$$

Burada T enerji-momentum tensörünün izidir. R ise, aynı zamanda Ricci tensörünün izi olan Ricci skaleridir. (3.1) ve (3.2) denklemlerinden $(f(R)-\lambda)$ olmaksızın tanımlanan unimodüler f(R) teori alan denklemleri ise aşağıdaki şekildedir (Nojiri ve ark., 2016b).

$$\frac{1}{4}g_{ik}R\,U(R)-R_{ik}\,U(R)-\frac{1}{4}g_{ik}\nabla^2 U(R)+\nabla_i\nabla_k U(R)+\frac{1}{2}T_{ik}-\frac{1}{8}g_{ik}T=0 \qquad (3.3)$$

(3.3) denkleminin düzenlenmesinden;

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=\frac{1}{U(R)}\left(\nabla_\mu\nabla_\nu U(R)-\frac{1}{4}g_{\mu\nu}\nabla^2 U(R)+\frac{1}{2}T_{\mu\nu}-\frac{1}{8}g_{\mu\nu}T\right) \qquad (3.4)$$

elde edilmektedir. Görüldüğü üzere (3.4) denkleminin sol kısmı Einstein tensörüne (G_{ik}) eşittir. Sağ taraftaki terimlerin tümünün de etkin enerji momentum tensörünü temsil ettiğini düşünürsek, (3.4) denklemi,

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = T_{\mu\nu}^{eff} \tag{3.5}$$

formunu alır. Burada,

$$T_{\mu\nu}^{eff} = T_{\mu\nu}^{(c)} + \tilde{T}_{\mu\nu}^{(m)} \tag{3.6}$$

şeklindedir. $T_{\mu\nu}^{(m)}$ madde kaynaklı enerji momentum tensörü, $T_{\mu\nu}^{(c)}$ eğrilik enerji momentum tensörü olmak üzere $\tilde{T}_{\mu\nu}^{(m)}$ ve $T_{\mu\nu}^{(c)}$, (3.4), (3.5) ve (3.6) denklemlerinin birlikte düşünülmesinden aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\tilde{T}_{\mu\nu}^{(m)} = \frac{T_{\mu\nu}^{(m)}}{2U(R)} \tag{3.7}$$

$$T_{\mu\nu}^{(c)} = \frac{1}{U(R)} \left(\nabla_\mu \nabla_\nu U(R) - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} \nabla^2 U(R) - \frac{1}{8} g_{\mu\nu} T\right) \tag{3.8}$$

Bianchi özdeşlikleri unimodüler f(R) teorinin enerji momentum korunum denklemini de tanımlamada yardımcı olacaktır. Einstein tensörünün kovaryant türevinin sıfıra eşit olması şeklinde tanımlanan Bianchi özdeşlikleri,

$$\nabla^\mu G_{\mu\nu} = \nabla^\mu \left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R\right) = 0 \tag{3.9}$$

denklemi ile verilir (Carroll, 2004). (3.9) ile verilen Bianchi özdeşliklerinin sağlanması için (3.5) denklemine göre,

$$\nabla^\mu T_{\mu\nu}^{eff} = 0 \tag{3.10}$$

olmalıdır. (3.7) ve (3.8) denklemlerinin kovaryant türevlerinin alınarak taraf tarafa toplanmasıyla, unimodüler f(R) teori için enerji momentum korunum denklemi,

$$\nabla^\mu T_{\mu\nu}^{eff} = \nabla^\mu T_{\mu\nu}^{(c)} + \nabla^\mu \tilde{T}_{\mu\nu}^{(m)} = 0 \tag{3.11}$$

veya

$$\nabla^{\mu}\,\tilde{T}_{\mu\nu}^{(m)} = -\frac{1}{2U(R)^2}T_{\mu\nu}^{(m)}\nabla^{\mu}U(R) \tag{3.12}$$

$$\nabla^{\mu}T_{\mu\nu}^{(c)} = -\frac{\nabla^{\mu}U(R)}{U(R)^2}\,\nabla_{\mu}\nabla_{\nu}U(R) + \left(\frac{1}{U(R)} - \frac{1}{4}\right)\nabla_{\nu}\nabla^2U(R) - \frac{1}{8}\nabla_{\nu}T \tag{3.13}$$

$$\nabla_{\nu}\nabla^2U(R)\left(\frac{1}{U(R)} - \frac{1}{4}\right) - \frac{\nabla^{\mu}U(R)}{U(R)^2}\,(\nabla_{\mu}\nabla_{\nu}U(R) + \frac{1}{2}T_{\mu\nu}^{(m)}) - \frac{1}{8}\nabla_{\nu}T = 0 \tag{3.14}$$

şeklinde tanımlanır.

Bilindiği üzere madde formları enerji-momentum tensörü ile gösterilir. Bu madde formlarından biri olan skaler alanın enerji-momentum tensörü,

$$T_{\mu\nu} = \Phi_{,\mu}\,\Phi_{,\nu} - \tfrac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\Phi^2 \tag{3.15}$$

ile verilir. Φ fonksiyonu skaler potansiyeli gösterir. $\Phi^2 = g^{ik}\Phi_{,i}\Phi_{,k} = \Phi^{,i}\Phi_{,i}$ şeklinde ifade edilebilir. Bu tez çalışmasında faydalanılacak olan bir diğer denklem Klein-Gordon denklemidir. Klein-Gordon denklemi bir tür dalga denklemi olup, skaler alan dağılımının doğasını açıklamada da başarılı bir eşitliktir (Detweiler, 1980). Skaler alan dağılımlarının sağladığı Klein-Gordon denklemi,

$$\square\Phi = 0 \tag{3.16}$$

ile gösterilir. $\square = \nabla^{\mu}\,\nabla_{\mu}$ şeklindeki d'Alembert operatörüdür.

BÖLÜM 4
ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Uzay-zamanın boyut sayısı, tanımlanan eşitliklerdeki çiftlenim sabitleri başta olmak üzere pek çok sabitin değerini doğrudan etkileyen bir faktördür. Bu çalışmada şimdiye kadar tanımlanmış eşitlikler uzay-zaman boyutunun (3+1)-boyut olarak düşünüldüğü durumlar için geçerli olan eşitliklerdir. Bu tez çalışmasında (1+1)-boyutlu karadelik geometrilerinde skaler alan dağılımlarının araştırılması amaçlanmıştır. Dolayısıyla, bu çalışmada unimodüler f(R) teorinin (1+1)-boyutta alan denklemleri ve enerji momentum korunumu denklemlerinin belirlenmesi ve kullanılması yerinde olacaktır.

(1+1)-boyutlu uzay-zamanda (3.1) denklemi ile verilen alan denkleminin izi aşağıdaki şekilde değişmektedir.

$$(f(R)-\lambda)-R\,U(R)-\nabla^2 U(R)+\frac{1}{2}T=0 \tag{4.1}$$

(3.1) ve (4.1) eşitlikleri birlikte değerlendirilerek (1+1)-boyut için alan denklemi,

$$\frac{1}{2}g_{ik}R\,U(R)-R_{ik}U(R)-\frac{1}{2}g_{ik}\nabla^2 U(R)+\nabla_i\nabla_k U(R)+\frac{1}{2}T_{ik}-\frac{1}{4}g_{ik}T=0 \tag{4.2}$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemde Einstein alan tensörünü yalnız bırakırsak,

$$G_{ik}\equiv R_{ik}-\frac{1}{2}g_{ik}R=\frac{1}{U(R)}\left(\nabla_i\nabla_k U(R)-\frac{1}{2}g_{ik}\nabla^2 U(R)+\frac{1}{2}T_{ik}-\frac{1}{4}g_{ik}T\right) \tag{4.3}$$

olur. (3.5), (3.6) ve (4.3) denklemleri kullanılarak (1+1)-boyut için $\tilde{T}_{ik}^{(m)}$ ve $T_{ik}^{(c)}$ terimleri bulunabilir.

$$\tilde{T}_{ik}^{(m)}=\frac{T_{ik}^{(m)}}{2U(R)} \tag{4.4}$$

$$T_{ik}^{(c)}=\frac{1}{U(R)}\left(\nabla_i\nabla_k U(R)-\frac{1}{2}g_{ik}\nabla^2 U(R)-\frac{1}{4}g_{ik}T\right) \tag{4.5}$$

(3.11), (4.4) ve (4.5) denklemleri birlikte ele alınarak unimodüler f(R) teori için (1+1)-boyutta korunum denklemi bulunabilir.

$$\nabla^i \tilde{T}_{ik}^{(m)} = -\frac{1}{2U(R)^2} T_{ik}^{(m)} \nabla^i U(R) \tag{4.6}$$

$$\nabla^i T_{ik}^{(c)} = -\frac{\nabla^i U(R)}{U(R)^2} \nabla_i \nabla_k U(R) + \left(\frac{1}{U(R)} - \frac{1}{2}\right) \nabla_k \nabla^2 U(R) - \frac{1}{4} \nabla_k T \tag{4.7}$$

$$\nabla_k \nabla^2 U(R) \left(\frac{1}{U(R)} - \frac{1}{2}\right) - \frac{\nabla^i U(R)}{U(R)^2} \left(\nabla_i \nabla_k U(R) + \frac{1}{2} T_{ik}^{(m)}\right) - \frac{1}{4} \nabla_k T = 0 \tag{4.8}$$

(1+1)-boyutlu Schwarzschild uzay-zamanı için yay elemanı aşağıdaki gibidir.

$$ds^2 = (1 - \frac{2M}{r})^{-1} dr^2 - (1 - \frac{2M}{r}) dt^2 \tag{4.9}$$

(4.9) ile verilen uzay-zamanın Ricci skaleri,

$$R = \frac{4M}{r^3} \tag{4.10}$$

olarak bulunur. (1+1)-boyutlu Schwarzschild uzay-zamanı için skaler alanın enerji-momentum tensörü bileşenleri (3.15) denklemi ile aşağıdaki gibi bulunur.

$$T_{rr} = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 , \qquad T_{tt} = \frac{1}{2} (1 - \frac{2M}{r})^2 \dot{\Phi}^2 \tag{4.11}$$

Burada $\dot{\Phi}$, Φ fonksiyonunun r koordinatına göre türevidir. Skaler alan için enerji momentum tensörünün izi,

$$T_i^i = T = 0 \tag{4.12}$$

olmaktadır. (4.2) ile verilen (1+1)-boyutlu unimodüler f(R) alan denklemi, (4.9), (4.10), (4.11) ve (4.12) denklemlerinden yararlanılarak skaler alanlı, (1+1)-boyutlu Schwarzschild uzay-zamanının alan denklemleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\ddot{U} + \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 = 0 \tag{4.13}$$

$$\frac{1}{4}(1-\frac{2M}{r})^2\left(\dot{\Phi}^2+2\ddot{U}\right)=0 \tag{4.14}$$

Burada $\dot{U}$, U(r) fonksiyonunun r koordinatına göre türevidir. (3.11) ve (4.6) - (4.8) denklemleri yardımıyla enerji momentum korunumu için aşağıdaki denklem bulunur.

$$-\frac{1}{4U^2}\left\{\left(1-\frac{2M}{r}\right)\left(\dot{\Phi}^2\dot{U}-2\,\ddot{U}U+2\ddot{U}\dot{U}\right)-\frac{8M}{r^2}\ddot{U}U\right\}=0 \tag{4.15}$$

Diğer yandan skaler alan dağılımı için (3.16) ile verilen Klein-Gordon denkleminden yararlanıldığında,

$$\left(1-\frac{2M}{r}\right)\ddot{\Phi}+\frac{2\mathrm{M}}{r^2}\dot{\Phi}=0 \tag{4.16}$$

elde edilir. (4.13) - (4.16) denklemleri birlikte çözülerek U(r) fonksiyonu ve skaler alanı ifade eden Φ(r) fonksiyonu,

$$\Phi(r)=-c_4\left(r+2Mln(2M-r)\right)+c_3 \tag{4.17}$$

$$U(r)=-\frac{1}{2}\iint\dot{\Phi}^2\,drdr+c_1r+c_2 \tag{4.18}$$

olarak elde edilir. Denklemlerde yer alan $c_i\,, i=1,2,3,\dots 7,8$ şeklindeki integral sabitleridir. (4.17) ve (4.18) eşitliklerinden yararlanarak U(r) fonksiyonu,

$$U(r)=-\frac{1}{4}{c_4}^2\,r^2+2{c_4}^2M\{(3M-r)\ln(2M-r)-(2M-r)\}+c_1r+c_2 \tag{4.19}$$

olur. (4.10) eşitliğinden r (yarıçap) koordinatının Ricci skalerine bağlı ifadesi,

$$r(R)=\frac{2^{2/3}M^{1/3}}{R^{1/3}} \tag{4.20}$$

şeklinde elde edilir. (4.19) ve (4.20) birlikte kullanılarak U(R) fonksiyonu bulunur.

$$U(R) = -\frac{1}{4}c_4{}^2\left(\frac{4M}{R}\right)^{\frac{2}{3}} + 2c_4{}^2M^2\left\{3\ln\left(2M-\left(\frac{4M}{R}\right)^{\frac{1}{3}}\right)-2\right\}$$
$$-2c_4{}^2M\left(\frac{4M}{R}\right)^{\frac{1}{3}}\left\{\ln\left(2M-\left(\frac{4M}{R}\right)^{\frac{1}{3}}\right)-1\right\} + c_1\left(\frac{4M}{R}\right)^{\frac{1}{3}} + c_2 \quad (4.21)$$

U(R) = df(R)/dR olduğunu hatırlarsak, f(R) fonksiyonu (4.21) ifadesinin integrali alınarak $f(R) = \int U(R)dR$ şeklinde tanımlanır. Dolayısıyla (4.21) ve bu tanımdan unimodüler f(R) teoride, skaler alan kaynaklı Schwarzschild uzay-zamanı için f(R) fonksiyonu,

$$f(R) = \left(-\frac{3}{2}c_4{}^2 2^{\frac{1}{3}}M^{\frac{2}{3}}\right)R^{\frac{1}{3}} + \left\{\frac{3}{2}c_4{}^2\,2^{\frac{2}{3}}M^{\frac{4}{3}} + \frac{3}{2}c_1 2^{\frac{2}{3}}M^{\frac{1}{3}} - 3c_4{}^2 2^{\frac{2}{3}}M^{\frac{4}{3}}\ln\left(2M-\left(\frac{4M}{R}\right)^{\frac{1}{3}}\right)\right\}R^{\frac{2}{3}} +$$
$$\left[2c_4{}^2M^2\left\{3\ln\left(2M-\left(\frac{4M}{R}\right)^{\frac{1}{3}}\right)-2\right\} + c_2\right]R + c_5 \quad (4.22)$$

olarak elde edilir.

Diğer yandan skaler alan veya bir başka madde formunun bulunmadığı vakum durumunda, (4.2) denkleminde $T_{\mu\nu} = T = 0$ alınarak alan denklemleri aşağıdaki gibi bulunmaktadır.

$$\frac{1}{2}\ddot{U} = 0 \quad (4.23)$$

$$\frac{1}{2}(1-\frac{2M}{r})^2\,\ddot{U} = 0 \quad (4.24)$$

(4.9), (4.23) ve (4.24) denklemlerinin çözümünden $U(r)_{vkm}$ fonksiyonu,

$$U(r)_{vkm} = c_6 r + c_7 \quad (4.25)$$

olarak elde edilir (Aydın ve Ulu Doğru, 2017). (4.20) ve (4.25) denklemi birlikte değerlendirildiğinde Ricci skalerine bağlı $U(R)_{vkm}$ fonksiyonu,

$$U(R)_{vkm} = c_6(\frac{4M}{R})^{1/3} + c_7 \quad (4.26)$$

olur. $f(R) = \int U(R)dR$ olduğundan (4.26) denkleminin integrali alındığında $f(R)_{vkm}$ fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilir (Aydın ve Ulu Doğru, 2017).

$$f(R)_{vkm} = \frac{3}{2}c_6(4M)^{1/3}\,R^{2/3} + c_7R + c_8 \tag{4.27}$$

BÖLÜM 5
SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, unimodüler f(R) teori bağlamında skaler alanlı, (1+1)-boyutlu Schwarzschild karadelikleri incelenmiştir. Alan denklemlerinin çözümlerine ilave olarak enerji-momentum korunum denklemleri ile Klein-Gordon denkleminden yararlanılarak f(R) fonksiyonu ve skaler alana ait $\Phi(r)$ fonksiyonu bulunmuştur.

Schwarzschild uzay-zamanında, (4.9) denkleminden görüleceği gibi $r_0 = 0$ (küresel simetrik geometride karadelik merkezi) ve $r_h = 2M$ (giriş bölümünde bahsedilen karadelik olay ufku) noktalarında tekillikler bulunmaktadır.

(4.17) denklemi ile ifade edilen skaler alan fonksiyonu $\Phi(r)$, doğal logaritma ifadesi $ln(2M - r)$ içermektedir. Reel sonuç için logaritması alınacak fonksiyonun pozitif olması gerekmektedir. Bu nedenle $\Phi(r)$ fonksiyonu $r < 2M$ olduğu durumda tanımlıdır. Başka bir ifadeyle $\Phi(r)$, olay ufkunun içinde kalan bölgedeki skaler alanı tanımlayan bir iç çözümü yansıtmaktadır.

f(R) teoride fonksiyonların genel gösterimi kuvvet serisi şeklindedir (Sotiriou ve Liberati, 2007).

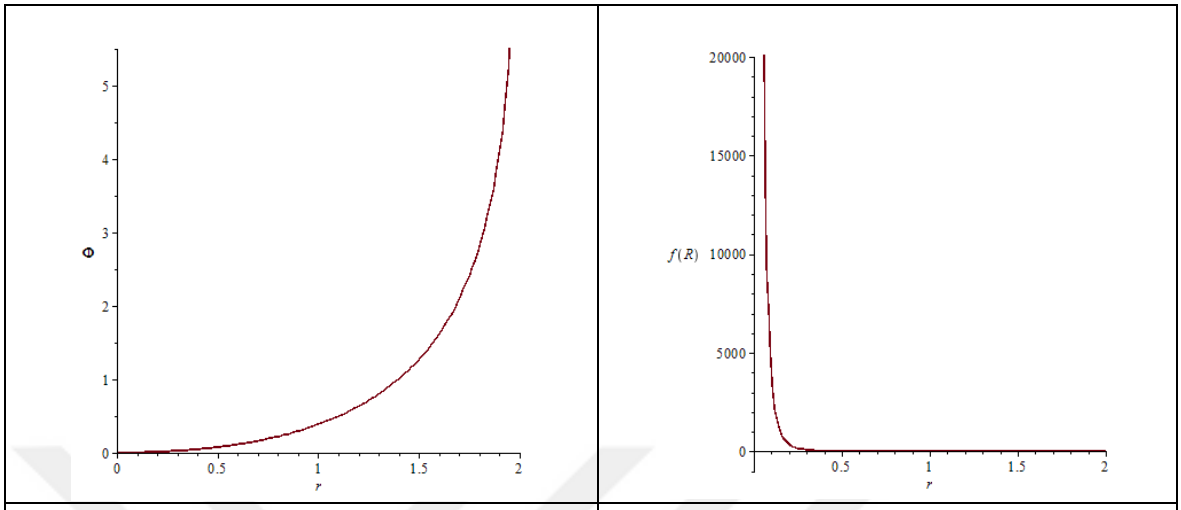
$$f(R) = \cdots + \frac{\alpha_i}{R^i} + \cdots + \frac{\alpha_2}{R^2} + \frac{\alpha_1}{R} + -2 \wedge + R + \beta_2 R^2 + \cdots + \beta_k R^k + \cdots \qquad (5.1)$$

(4.22) ve (4.27) denklemlerindeki $f(R)$ ve $f(R)_{vkm}$ fonksiyonları (5.1) ile gösterilen seri açılımı ile uyumludur. (4.22) denklemi ile verilen f(R) fonksiyonunun grafiği çizildiğinde (Bakınız Şekil 5.1.b), yarıçap koordinatının $r_0 = 0$ ve $r_h = 2M$ değerleri için tekillikler içerdiği görülmektedir.

$\Phi(r)$ fonksiyonunda integral sabitlerine farklı değerler verilerek çizilen şekil 5.3`teki grafiklerde, sabitlerin seçimine göre (özellikle $c_4 < 0$ veya $c_4 > 0$ olması durumuna göre) negatif değerler de alabilen artan veya azalan fonksiyon elde edilmektedir. $\Phi(r) = 0$ olan bir kritik yarıçap değeri (r_c) bulunmaktadır. (4.17) denkleminden r_c aşağıdaki gibi bulunur.

$$r_c = 2M - e^{-\left\{LambertW\left(-\frac{1}{2M}e^{-(1-\frac{c_3}{2Mc_4})}\right)+(1-\frac{c_3}{2Mc_4})\right\}} \qquad (5.2)$$

Burada z: kompleks bir sayıyı, LambertW(z) ise $z = LambertW(z)e^{LambertW(z)}$ denkleminin çözümü olan kompleks fonksiyonları göstermektedir.

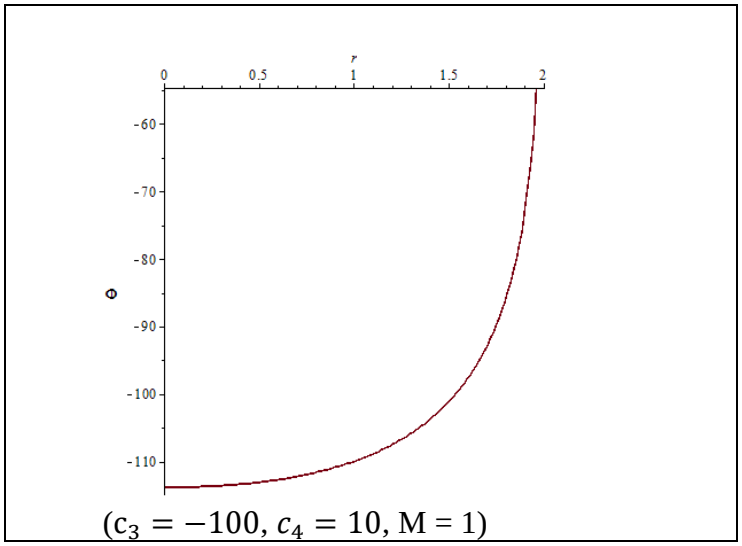


(a) Φ(r) Fonksiyonu ($c_3 = 2\ln(2)$, $c_4 = 1$, M = 1)

(b) f(R) Fonksiyonu ($c_1 = 1$, $c_2 = 1$, $c_4 = 1$, $c_5 = 1$, M = 1)

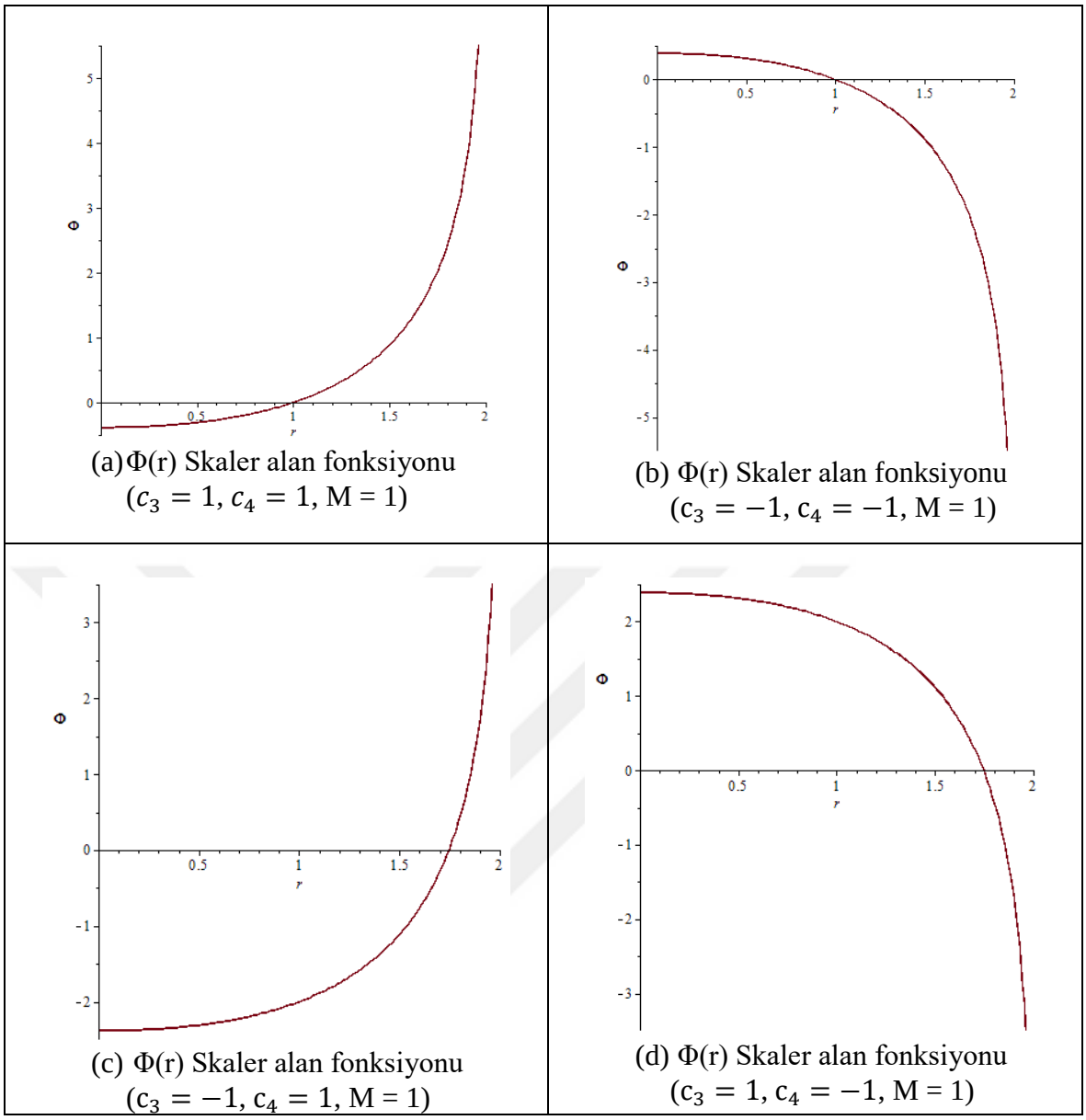
Şekil 5.1. Φ(r) ve f(R) Fonksiyonlarının radyal koordinata göre değişimi

Oliveira-Neto ve Takakura (2003), skaler alan kaynaklı Schwarzschild karadeliklerinin oluşumunu incelerken tekillik noktasına yaklaşıldıkça negatif olarak büyüyen skaler alan çözümü elde etmişlerdir. Şekil 5.2`de görüldüğü gibi skaler alan fonksiyonunu gösteren (4.17) eşitliği integral sabitlerinin keyfi seçimine göre $r = 0$ fiziksel tekillik noktasına yaklaşıldıkça negatif olarak artan değerler alabilmektedir.



($c_3 = -100$, $c_4 = 10$, M = 1)

Şekil 5.2. Φ(r) Fonksiyonunun radyal koordinatla değişimi



(a) Φ(r) Skaler alan fonksiyonu ($c_3 = 1, c_4 = 1$, M = 1)

(b) Φ(r) Skaler alan fonksiyonu ($c_3 = -1, c_4 = -1$, M = 1)

(c) Φ(r) Skaler alan fonksiyonu ($c_3 = -1, c_4 = 1$, M = 1)

(d) Φ(r) Skaler alan fonksiyonu ($c_3 = 1, c_4 = -1$, M = 1)

Şekil 5.3. Φ(r) Skaler alan potansiyelinin farklı integral sabiti seçimlerinde "r" koordinatına göre değişimleri

Şekil 5.3`teki grafiklerde görüldüğü üzere, yarıçapın r_c değerinden büyük veya küçük olduğu durumlarda, sabitlerin keyfi seçimine göre negatif skaler alan veya pozitif skaler alan elde edilmektedir.

Guo ve Joshi (2015), f(R) teoride Schwarzschild ve Reissner-Nordström tipi karadeliklerde olay ufkunun iç bölgesini inceledikleri ve skaler alanın negatif olduğu durumları da araştırdıkları çalışmalarında, karanlık enerjiyi içeren f(R) modelleri üzerinde durmuşlar ve kütleçekimi ile karanlık enerji arasındaki zıt etkileşimden söz etmişlerdir. Ayrıca, Hertog (2006) tarafından statik küresel simetrik bazı karadelik tiplerinde skaler potansiyelin pozitif ve negatif olduğu bölgeler olabileceği, pozitif enerji teoreminin sağlanması şartıyla bu karadeliklerin saç (scalar-hair) oluşturmayacakları gösterilmiştir.

Şekil 5.3`teki grafiklerde $\Phi(r)$ fonksiyonun keyfi sabitlerin seçimine göre negatif ve pozitif değerler aldığı bölgeler görülmektedir.

(4.17) ile verilen skaler alan $c_4 = 0$ seçildiğinde sabit skaler alan ($\Phi(r) = c_3$) olmaktadır. Sabit skaler alan kozmolojik sabitli vakum durumuna karşılık gelmektedir. f(R) fonksiyonu ise $c_4 = 0$ (sabit skaler alan) ve $c_1 = 0$ seçildiğinde, aşağıdaki şekle dönüşmektedir.

$$f(R) = c_2 R + c_5 \tag{5.3}$$

Geçerli f(R) modellerinden biri olan Λ-CDM (Λ-Cold Dark Matter) modelinde f(R) fonksiyonu $f(R) = R - 2\Lambda$ şeklinde olmalıdır (De Felice ve Tsujikawa, 2010). Λ-CDM modeli, kozmolojik sabit ve karanlık madde bulunan bir evren modelini ifade etmektedir ve bu modelde kozmolojik sabit, evrenin genişlemesine neden olan karanlık enerjiye karşılık gelmektedir (Türkoğlu ve Ulu Doğru, 2015). (5.3) denkleminde $c_2 = 1,\ c_5 = -2\Lambda$ seçildiğinde, denklem $f(R) = R - 2\Lambda$ hâlini almaktadır. Aynı şekilde vakum durumu için (4.27) ile bulunan $f(R)_{vkm}$ fonksiyonunda $c_6 = 0,\ c_7 = 1,\ c_8 = -2\Lambda$ seçildiğinde $f(R)_{vkm} = R - 2\Lambda$ elde edilmektedir (Aydın ve Ulu Doğru, 2017). $R - 2\Lambda$ ifadesi Einstein gravitasyonunda kozmolojik sabitli vakum durumunu göstermektedir. Bu sonuçlar, elde edilen çözümlerin matematiksel ve fiziksel olarak anlamlı olduğunu, unimodüler f(R) teorinin geçerli bir gravitasyon teorisi olduğunu desteklemektedir.

KAYNAKLAR

Achucarro A., Ortiz M.E., 1993. Relating Black Holes in Two and Three Dimensions. Physical Review D, 48 (8): 3600-3605.

Ahmed M.A., 2012. On f(R) Theories in Two-Dimensional Spacetime. Physics Research International, 2012: 506285(1-11).

Ahmed J., Saifullah K., (October 19, 2016). Greybody Factor of Scalar Field from Reissner-Nordstrom-de Sitter Black Hole. eprint arXiv:1610.06104v1 [gr-qc]. Retrieved February 06, 2017, from https://arxiv.org/abs/1610.06104v1.

Alvarez E., 2005. Can One Tell Einstein's Unimodular Theory from Einstein's General Relativity? Journal of High Energy Physics, 2005 (03): 002(1-14).

Anderson J.L., Finkelstein D., 1971. Cosmological Constant and Fundamental Length. American Journal of Physics, 39: 901-904.

Aydın H., Ulu Doğru M., 2017. Unimodüler f(R) Teoride (1+1)-Boyutlu Küresel Simetrik Vakum Durumu. Trakya Üniversiteler Birliği İkinci Lisansüstü Öğrenci Kongresi, 15-16 Mayıs 2017, Edirne, Türkiye.

Bañados M., Teitelboim C., Zanelli J., 1992. Black Hole in Three-Dimensional Spacetime. Physıcal Revıew Letters, 69 (13): 1849-1851.

Boozer A.D., 2008. General Relativity in (1 + 1) Dimensions. European Journal of Physics, 29 (2): 319-333.

Brown J.D., Henneaux M., Teitelboim C., 1986. Black Holes in Two Spacetime Dimensions. Physical Review D, 33 (2): 319-323.

Buchdahl H.A., 1970. Non-Linear Lagrangians and Cosmological Theory. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 150: 1-8.

Buchmüller W., Dragon N., 1988. Einstein Gravity from Restricted Coordinate Invariance. Physics Letters B, 207 (3): 292-294.

Cadoni M., Franzin E., 2015. Asymptotically Flat Black Holes Sourced by a Massless Scalar Field. Physical Review D, 91 (10): 104011(1-10).

Carlip S., 2009. Spontaneous Dimensional Reduction in Short-Distance Quantum Gravity? AIP Conference Proceedings, 1196 (1): 72-80.

Carroll S.M., 2001. The Cosmological Constant. Living Reviews in Relativity, 4 (1): 1(1-56).

Carroll S.M., 2004. Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity. Addison-Wesley, San Francisco, USA. 155-164.

Clifton T., 2006. Alternative Theories of Gravity. PhD Dissertation (Doktora Tezi). University of Cambridge, UK.

De Felice A., Tsujikawa S., 2010. f(R) Theories. Living Reviews in Relativity, 13 (1): 3(1-161).

Detweiler S., 1980. Klein-Gordon Equation and Rotating Black Holes. Physical Review D, 22 (10): 2323-2326.

Eichhorn A., 2015. The Renormalization Group Flow of Unimodular f(R) Gravity. Journal of High Energy Physics, 2015 (04): 096(1-27).

Faraoni V., (October 15, 2008). f(R) Gravity: Successes and Challenges. eprint arXiv:0810.2602v1 [gr-qc]. Retrieved January 18, 2017, from https://arxiv.org/abs/0810.2602v1.

Finkelstein D.R., Galiautdinov A.A., Baugh J.E., 2001. Unimodular Relativity and Cosmological Constant. Journal of Mathematical Physics, 42 (1): 340-346.

Fiol B., Garriga J., 2010. Semiclassical Unimodular Gravity. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2010 (08): 015(1-13).

Frolov A.V., Kristjánsson K.R., Thorlacius L., 2006. Global Geometry of Two-Dimensional Charged Black Holes. Physical Review D, 73 (12): 124036(1-16).

Ganguly A., Ghosh S.G., Maharaj S.D., 2014. Accretion onto a Black Hole in a String Cloud Background. Physical Review D, 90 (6): 064037(1-9).

Guo J., Joshi P.S., 2015. Interior Dynamics of Neutral and Charged Black Holes in f(R) Gravity. Universe, 1(2): 239-291.

Hawking S.W., 1972. Black Holes in General Relativity. Communications in Mathematical

Physics, 25: 152-166.

Henneaux M., Teitelboim C., 1989. The Cosmological Constant and General Covariance. Physics Letters B, 222 (2): 195-199.

Hertog T., 2006. Towards a Novel No-Hair Theorem for Black Holes. Physical Review D, 74 (8): 084008(1-13).

Hiscock W.A., 1977. Stress-Energy Tensor for a Two-Dimensional Evaporating Black Hole. Physical Review D, 16 (8): 2673-2674.

Lobo F.S.N., Oliveira M.A., 2009. Wormhole Geometries in f(R) Modified Theories of Gravity. Physical Review D, 80 (10): 104012(1-9).

Mann R.B., Shiekh A., Tarasov L., 1990. Classical and Quantum Properties of Two-Dimensional Black Holes. Nuclear Physics, B341: 134-154.

Mazharimousavi S.H., Kerachian M., Halilsoy M., 2013. Existence of Reissner-Nordstrom Type Black Holes in f(R) Gravity. International Journal of Modern Physics D, 22 (09): 1350057(1-11).

Mazharimousavi S.H., Halilsoy M., 2016. Cloud of Strings As Source in $2 + 1 -$ Dimensional $f(R) = R^n$ gravity. The European Physical Journal C, 76 (2): 95(1-5).

Mukhanov V.F., Brandenberger R.H., 1992. A Nonsingular Universe. Physical Review Letters 68 (13): 1969-1972.

Ng Y.J., Van Dam H., 2001. A Small But Nonzero Cosmological Constant. International Journal of Modern Physics D, 10 (01): 49-55.

Nojiri S., Odintsov S.D., 2011. Unified Cosmic History in Modified Gravity: From Theory to Lorentz Non-İnvariant Models. Physics Reports, 505 (2–4): 59-144.

Nojiri S., Odintsov S.D., Oikonomou V.K., 2016a. Unimodular F(R) Gravity. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2016 (05): 046(1-24).

Nojiri S., Odintsov S.D., Oikonomou V.K., 2016b. Bounce Universe History from Unimodular F(R) Gravity. Physical Review D, 93 (8): 084050(1-14).

Oliveira-Neto G., Takakura F.I., (July 10, 2003). Formation of Schwarzschild Black Hole from the Scalar Field Collapse in Four-Dimensions. eprint arXiv:gr-qc/0307053.

Retrieved April 27, 2017, from https://arxiv.org/abs/gr-qc/0307053.

Ortiz L., 2012. The Energy-Momentum Tensor in The 1+1 Dimensional Non-Rotating BTZ Black Hole. General Relativity and Gravitation, 44 (11): 2857-2863.

Özemre A.Y., 1982. Teorik Fizik Dersleri Cilt 7: Gravitasyonun Rölativist Teorileri, İstanbul Üniv. Fen Fak., İstanbul. 202 s.

Padilla A., Saltas I.D., 2015. A Note on Classical and Quantum Unimodular Gravity. The European Physical Journal C, 75 (11): 561(1-5).

Panotopoulos G., Rincon A., (November 18, 2016). Greybody Factors for a Nonminimally Coupled Scalar Field in BTZ Black-Hole Background. eprint arXiv:1611.06233v1 [hep-th]. Retrieved February 06, 2017, from https://arxiv.org/abs/1611.06233v1.

Riess, A. G., 2000. The Case for an Accelerating Universe from Supernovae. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 112 (776): 1284-1299.

Ruffini R., Wheeler J.A., 1971. Introducing the Black Hole. Physics Today, 24 (1): 30-41.

Sotiriou T.P., Liberati L., 2007. Metric-Affine f(R) Theories of Gravity. Annals of Physics, 322 (4): 935–966.

Starobinsky A.A., 1980. A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. Physics Letters, 91B (1): 99-102.

Strominger A., 1984. Positive-Energy Theorem for $R+R^2$ Gravity. Physical Review D, 30 (10): 2257-2259.

Trodden M., Mukhanov V.F., Brandenberger R.H., 1993. A Nonsingular Two Dimensional Black Hole. Physics Letters B, 316 (4): 483-487.

Türkoğlu M.M., Ulu Doğru M., 2015. Conformal Cylindrically Symmetric Spacetimes in Modified Gravity. Modern Physics Letters A, 30 (37): 1550202(1-25).

Unruh W.G., 1989. Unimodular Theory of Canonical Quantum Gravity. Physical Review D, 40 (4): 1048-1052.

Vagenas E.C., 2002. Two-Dimensional Dilatonic Black Holes and Hawking Radiation. Modern Physics Letters A, 17 (10): 609-618.

Weinberg S., 1989. The Cosmological Constant Problem. Reviews of Modern Physics, 61

(1): 1-23.

Zhang C., Tang Z., Wang B., 2016. Gravitational Collapse of Massless Scalar Field in f(R) Gravity. Physical Review D, 94 (10): 104013(1-11).

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Hüseyin AYDIN

Doğum Yeri : Trabzon

Doğum Tarihi : 10/03/1978

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği, (1995-1999).

Yüksek Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Bölümü, (2015-devam ediyor).

Bildiği Yabancı Diller : İngilizce (YDS:68)

BİLİMSEL FAALİYETLERİ

a) Yayınlar - SCI - Diğer

Aydın H., Ulu Doğru M., 2017. Unimodüler f(R) Teoride Skaler Alanlı (1+1)-Boyutlu Karadelikler (inceleniyor)

b) Bildiriler - Uluslararası - Ulusal

Aydın H., Ulu Doğru M., 2016. Energy and Momentum for Five Dimensional Witten Bubble Spacetime. Turkish Physical Society 32nd International Physics Congress, September 6-9, 2016, Bodrum, TURKEY.

Aydın H., Ulu Doğru M., 2017. Unimodüler f(R) Teoride (1+1)-Boyutlu Küresel Simetrik Vakum Durumu. Trakya Üniversiteler Birliği 2.Lisansüstü Öğrenci Kongresi, 15-16 Mayıs 2017 Edirne, TÜRKİYE.

c) Katıldığı Projeler

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl : Devlet Su İşleri Genel Müdürlüğü, (2000-devam ediyor).

İLETİŞİM

E-posta Adresi : huseynaydin@gmail.com