**T.C.**
**ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

# LYRA GEOMETRİDE ALAN DENKLEMLERİ VE ÇÖZÜMLERİ

**Derya BAYKAL**

**Fizik Anabilim Dalı**

Tezin Sunulduğu Tarih: **02/07/2012**

**Tez Danışmanı:**

**Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU**

**ÇANAKKALE**

## YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

**DERYA BAYKAL** tarafından **YRD. DOÇ. DR. MELİS ULU DOĞRU** yönetiminde hazırlanan "**LYRA GEOMETRİDE ALAN DENKLEMLERİ VE ÇÖZÜMLERİ"** başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

Danışman

Prof. Dr. İhsan YILMAZ

Jüri Üyesi

Prof. Dr. İsmail TARHAN

Jüri Üyesi

Sıra No :

Tez Savunma Tarihi: 02/07/2012

Prof. Dr. İsmet KAYA

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

Hazırlanan bu yüksek lisans tezi Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) tarafından 2012/006 no.'lu projeden desteklenmiştir.

## İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

**Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.**

Derya BAYKAL

# TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleştirilmesinde, çalışmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen ve değerli vaktini ayıran saygı değer danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU'ya, çalışma süresince tüm zorlukları benimle göğüsleyen ve hayatımın her evresinde bana destek olan değerli AİLEME sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Derya BAYKAL

# SİMGELER VE KISALTMALAR

| | |
|---|---|
| ";" | Kovaryant türev |
| "$\partial$" veya "," | Kısmi türev |
| $R$ | Ricci skaleri |
| $R_{ik}$ | Ricci tensörü |
| $\chi$ | $\frac{8\pi G}{c^4}$ değerindeki çiftlenim sabiti |
| $T_{ik}$ | Enerji-momentum tensörü |
| $\xi^c$ | Vektör alanı |
| $\pounds_\xi$ | $\xi$ vektör alanı yönündeki Lie türev operatörü |
| $\bar{g}_{ab}$ | Dönüşmüş koordinatlardaki metrik tensör |
| $u_i$ | 4-lü hız |
| $\mathcal{L}$ | Lagrangian |
| $\Lambda$ | Kozmolojik sabit |
| $x^a$ | Koordinatlar |
| $\dot{A}$ | Herhangi bir *A* fonksiyonunun *t*'ye göre türevi |
| $A'$ | Herhangi bir *A* fonksiyonunun *r*'ye göre türevi |
| LSGT | Lyra Geometri Tabanlı Skaler Gravitasyon Teorisi |

# ÖZET

## LYRA GEOMETRİDE ALAN DENKLEMLERİ VE ÇÖZÜMLERİ

Derya BAYKAL

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

02/07/2012, 46

Bu tez çalışmasında, alternatif bir gravitasyon teorisi olan Lyra geometriye dayanan gravitasyonun skaler teorisinde, monopol-domain wall'lu, monopol-Chaplygin gazlı Friedmann-Robertson-Walker homojen kozmolojileri ve ayrıca monopol-ideal akışkanlı, monopol-elektrik alanlı ve elektrik alan-ideal akışkanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zamanlar için alan denklemlerinin tam çözümleri incelenmiştir. Elde edilen çözümlerin fiziksel ve geometrik özellikleri tartışılmıştır.

**Anahtar sözcükler:** Lyra Geometri, Friedmann-Robertson-Walker Uzay-Zamanı, Küresel Simetrik Uzay-Zaman, Konformal Dönüşümler, İdeal Akışkan, Monopol, Domain Wall, Chaplygin Gaz, Elektrik Alan.

# ABSTRACT

## FIELD EQUATIONS AND SOLUTIONS IN LYRA GEOMETRY

Derya BAYKAL

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School of Naturel and Applied Sciences

Physics Science, Thesis Master of Science

Advisor : Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

02/07/2012, 46

In this thesis, in the scalar theory of gravitation based on Lyra geometry, it has been investigated the exact solutions of field equations for Friedmann-Robertson-Walker homogeneous cosmologies with monopole-domain wall, monopole-Chaplygin gas and also conformal transmitted spherically symmetric space-time with monopole-perfect fluid, monopole-electrical field and electrical field-perfect fluid. Physical and geometrical features of obtained solutions have been discussed.

**Keywords:** Lyra geometry, Friedmann-Robertson-Walker space-time, spherically symmetric space-time, confolmal transmition, perfect fluid, monopole, domain wall, Chaplygin gas, electric field.

**İÇERİK** **Sayfa**

TEZ SINAVI SONUÇ FORMU..... ii

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI..... iii

TEŞEKKÜR..... iv

SİMGELER VE KISALTMALAR..... v

ÖZET..... vi

ABSTRACT..... vii

**BÖLÜM 1 – GİRİŞ..... 1**

**BÖLÜM 2 – ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR ..... 6**

**BÖLÜM 3- MATERYAL ve YÖNTEM..... 9**

**BÖLÜM 4 – ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA..... 14**

**4.1. LSGT'de Homojen Kozmolojik Modeller..... 14**

**4.1.1. LSGT'de monopol ve domain wall'lu homojen kozmolojik modeller..... 14**

**4.1.2. LSGT'de monopol ve Chaplygin gazlı homojen kozmolojik modeller ..... 16**

**4.2. LSGT'de Konformal Dönüşümlü Küresel Simetrik Modeller ..... 17**

**4.2.1. LSGT'de ideal akışkan ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller..... 19**

**4.2.2. LSGT'de ideal akışkan ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller..... 20**

**4.2.3. LSGT'de monopol ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller..... 22**

**BÖLÜM 5 – SONUÇ VE ÖNERİLER..... 24**

**5.1. LSGT'de Homojen Kozmolojik Modeller ile İlgili Sonuç ve Öneriler..... 24**

**5.1.1. LSGT'de monopol ve domain wall'lu homojen kozmolojik modeller ile ilgili sonuç ve öneriler…..……... 24**

**5.1.2. LSGT'de monopol ve Chaplygin gazlı homojen kozmolojik modeller ile ilgili sonuç ve öneriler…..……... 29**

**5.2. LSGT'de Konformal Dönüşümlü Küresel Simetrik Modeller ile İlgili Sonuç ve Öneriler…… 31**

**5.2.1. LSGT'de ideal akışkan ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller ile ilgili sonuç ve öneriler...…….. 31**

**5.2.2. LSGT'de ideal akışkan ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller ile ilgili sonuç ve öneriler……. 34**

**5.2.3. LSGT'de monopol ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller ile ilgili sonuç ve öneriler……..... 34**

**KAYNAKLAR..... 39**

**Şekiller…… I**

**Özgeçmiş……..……..... II**

# BÖLÜM 1
# GİRİŞ

Gravitasyon teorilerinin temelleri Newton'un gravitasyon teorisiyle başlamaktadır. Newton'un gravitasyon teorisi; etkileşme hızının sonsuz, bunun sonucu olarak 't' zamanının mutlak kabul edildiği zaman aralıklarının (intervaller), fizik kanunlarının eylemsiz sistem denilen ve birbirlerine göre düzgün doğrusal hareket eden üç boyutlu referans sistemlerinde invaryant kaldıklarını söyleyen teoridir. Newton teorisi 'Her cismin içinde oluştuğu bir mutlak uzay vardır' der. Bu uzay düz (öklit) uzaydır. Yani kartezyen koordinatlar kullanıldığında iki nokta arasındaki uzaklık $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ ile verilir. Ayrıca bu teoride iki referans sistemi arasında (K ve K'); $x = x' + v't$ , $y = y'$, $z = z'$, $t = t'$ şeklindeki Galileo dönüşümleri geçerlidir. Newton teorisi yeryüzündeki hareketlerin incelenmesinde, gezegenlerin ve diğer gök cisimlerinin yörüngelerini belirlemede çok başarılı olmuştur. Uranüs'ün hareketinde teoriye uymayan bazı permütasyonların sebebinin ancak Uranüs'ün ötesinde bulunabilecek bir başka gezegen olabileceği varsayımı ile böyle bir gezegenin gökyüzünde nerede olabileceğini dahi tahmin etmiştir. Bu varsayımdan yola çıkarak yapılan hesaplamalarla Neptün gezegeni keşfedilmiştir. Neptün gezegeninin maruz kaldığı tespit edilen permütasyonlardan, bu permütasyonlara sebep olan Plüton gözlemsel olarak keşfedilmiştir. Ancak Newton teorisi bir çok konuda olduğu gibi, özellikle Merkür'ün perihel noktasının ilerlemesi konusunu açıklamada yetersiz kalmıştır (Özemre, 1982).

Bildiğimiz gibi XIX. yüzyılın sonlarında Michelson-Morley deneyiyle ölçüldüğü gibi ışık hızı $2{,}998\ldots \times 10^{10}\, cm/s$ büyüklüğündedir ve doğada ölçülen en yüksek hız değeridir. Bu bilgi, fizik kanunlarının tüm referans sistemlerinde aynı kalabilmesi için koordinatların Lorentz dönüşümleri denilen $x = \frac{x' + v\,t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ , $y = y'$, $z = z'$, $t = \frac{t' + v/c^2 x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ dönüşümler ile mümkün olabileceği sonucunu doğurur. Bu sebeple Galileo dönüşümleri yerine Lorentz dönüşümlerini sağlayan yeni Lorentz invaryanslı gravitasyon teorilerine ihtiyaç duyulmuştur.

Bu teoriler (Lorentz invaryanslı teoriler):

(i) Poincaré tipi teoriler:

Tarihi bakımdan ilk Lorentz-invaryanslı gravitasyon teorisidir (Poincaré, 1906).

Poincaré tipi teorilerdeki hareket denklemi '$n$' gibi bir parametreye bağlı olarak ifade edilir. $n = 2$, $n < 2$ ve $n > 2$ değerlerini alabilir. $n < 2$ için teori, gravitasyon alanlarında spektrum çizgilerinin kırmızıya kaymasını ve ışığın yörüngesini değiştirmesini açıklayamamıştır. $n > 2$ için teori, tutarsız ve metrik ifade edemeyen bir teoridir. $n = 2$ için teori; kızıla kayma olayını açıklayamamıştır ve ışığın sapması ile ilgili ön gördüğü değer ölçümlerin yarısı kadardır. Poincaré tipi teorilerin içerdikleri kavramsal sorunların en önemlisi gravitasyon alanların enerji yoğunluğu için pozitif ifade vermemeleridir (Özemre, 1982). Kuvvetin türetebileceği bir implus-enerji tensörü veya bir potansiyel fonksiyonu da tanımlanamadığından teoriyi etki ilkesi yardımıyla varyasyon probleminden formüle etmek mümkün değildir (Harvey, 1965).

(ii) Skaler teoriler:

Lorentz-invaryanslı dört tip skaler teori vardır.

ii. a) Abraham Teorisi: Abraham'ın iki ayrı yönde geliştirmiş olduğu teorisi, Poisson denklemindeki $\Phi$ skaler potansiyelinin ışığın uzaydaki yayılma hızını verdiği varsayımına dayanmaktadır. Skaler alan ile yayılma hızı arasında $\alpha$ sabit olmak üzere $c^2 = \alpha - 2c_0\Phi$ şeklinde bir bağlılık söz konusudur. Gravitasyon kökenli kırmızıya kayma açıklanabilmiştir ancak ışığın sapması ve gezegenlerin perihel noktalarının ilerlemesi için verdiği değerler gözlemsel değerlerle uyuşmamaktadır (Özemre, 1982).

ii. b) Nordström Teorileri: Nordström Poisson denkleminden yola çıkarak Lorentz invaryansına uyan iki ayrı teori teklif etmiştir. Nordström'ün birinci teorisi Güneş etrafında dolanan bir gezegenin perihel noktasının hesaplamalarında eksik olup ışığın gravitasyon alandan geçerken herhangi bir sapmaya maruz kalmayacağını önerdiğinden geçersizdir. Nordström' ün ikinci teorisi ilk teorideki uyuşmazlığı açıklayabilmek amacıyla evrensel gravitasyon sabitinin $\Phi$ gravitasyon potansiyeline bağlı olduğunu varsaymıştır. Işığın kırmızıya kayma büyüklüğünü doğru olarak öngörmüştür. Ancak ışığın gravitasyon alanlarda sapması ve gezegenlerin perihel noktalarının ilerlemesi konularını gözlemlerle uyumlu şekilde açıklayamamıştır (Özemre, 1982).

ii. c) Whitrow ve Morduch Teorisi: Whitrow ve Morduch varyasyon ilkesinden çıkartılarak genelleştirilmiş bir skaler gravitasyon teorisi ortaya koymuşlardır (Whitrow ve Morduch, 1960). Önerdikleri hareket denklemleri '$q$' parametresine bağlıdır ve $q = 4$ değeri için anlamlı sonuçlar vermektedir. Ancak bu parametrenin neden bu değere bağlı

olduğu belirlenememiştir. Bu eksikliği sebebiyle geçerli bir teori değildir (Özemre, 1982).

ii. d) Milne Teorisi: Milne genişleyen bir evren modeliyle ilgili farklı bir skaler gravitasyon teorisi önermiştir (Milne, 1937; Milne, 1948). Bu teori ışığın gravitasyonel alanda sapmayacağını, kırmızıya kaymanın gravitasyonel bir anlam beyan etmediğini ve gezegenlerin perihel noktalarının gerileyeceğini öngörmüştür. Bu teori gözlemlerle uygun düşmemesi nedeniyle terk edilmiştir (Özemre, 1982).

(iii) Vektörel Teoriler:

Lorentz invaryanslı vektörel gravitasyon teorilerinin hareket noktası ($\Phi^{\mu}$ ile gravitasyon potansiyelini, $U^{\mu}$ dörtlü hız vektörü ve $\rho$ maddenin öz yoğunluğu olmak üzere) alan denklemlerinin $\Box^2\Phi^{\mu} = -4\pi G\rho_0 U^{\mu}$ şeklinde olduğunu varsaymıştır. Maxwell' in elektromanyetik teorisinin geçerli olduğu alan denklemlerinin aynısıdır. 1900'da Maxwell tipi ilk gravitasyon teorisi Lorentz tarafından teklif edilmiştir (Lorentz, 1900). Vektörel teoriler gravitasyonel alanların enerjisini negatif olarak vermekte ve klasik üç testin hiç birisi için doğru sonuçlar vermemektedir. Bu nedenle geçerliliği yoktur (Özemre, 1982).

(iv) Tensörel Teoriler:

iv. a) Whitehead Teorisi: 1922'de Whitehead tarafından teklif edilmiştir (Whitehead, 1922). Bu teoride test taneciklerinin yörüngeleri $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} = (\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu})dx^{\mu}dx^{\nu}$ şeklinde verilmiştir. Bu teorideki gravitasyon sabiti gözlemlerle çelişmektedir (Özemre, 1982).

iv. b) Brikhoff Teorisi: 1944'de Brikhoff tarafından teklif edilmiştir (Brikhoff, 1943; Brikhoff, 1944). Bu teorinin eksikliği ise sesin yayılma hızının ışık hızına eşit olduğunu öngörmesidir (Özemre, 1982).

iv. c) Belifanete ve Swihart Teorisi: Lagrange formalizmine dayanan bu teori bir çok yönden metrik gravitasyon teorisi modeline uymamaktadır (Özemre, 1982).

Lorentz invaryanslı bilinen diğer bir teori ise Einstein Relativite Teorileridir. Özel ve Genel Relativite olmak üzere ikiye ayrılır. Özel Relativite Teorisine göre etkileşme hızı sonludur ve tabiattaki maksimum değeri Michelson-Morley deneyi ile saptanan ve ışığın boşluktaki hızı olan $c = 2.998 \times 10^{10} cm/s$ dir. Bunun sonucu olarak uzay ve zaman birbirinden bağımsız ve mutlak değildir. Uzayın değişik bölgelerindeki zaman akışı aynı değildir. Olaylar, koordinatlardan üçü uzaysal, biri de zamansal olan 4-boyutlu Minkowski uzayında oluşur. Yay elemanı; $ds^2 = (cdt)^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ veya $ds^2 = -(cdt)^2 +$

$dx^2 + dy^2 + dz^2$ ile verilir. Fizik kanunları eylemsiz referans sistemleri denilen ve birbirine göre düzgün doğrusal hareket yapan 4-boyutlu referans sistemlerinde form invaryanttır.

Genel relativite teorisi ise iki önemli ilkeye dayanmaktadır. Bunlardan ilki "Fiziksel olaylar incelendikleri referans (koordinat) sistemlerinden bağımsız olmalıdır; yani fiziksel olayları açıklayan matematiksel denklemlerin sonuçları her koordinat sisteminde aynı olmalıdır; dolayısıyla fizik kanunlarını ifade eden matematiksel denklemler, bir referans sisteminden diğer bir referans sistemine geçildiğinde Jacobiyeni sıfırdan farklı olmalıdır" diyen genel kovaryans ilkesidir. Diğeri ise eşdeğerlik prensibidir ki bu prensibe göre "Bir eylemsiz sistemdeki hareketin özellikleri, gravitasyonel alandaki bir eylemsiz sistemle aynıdır; yani eylemsiz bir referans sistemi, belirli bir gravitasyonel alana eş değerdir. Örneğin; yerin gravitasyonel alanında serbest düşme kanunları bütün cisimler için aynıdır." Genel relativite gezegenlerin perihelinin ilerlemesi, ışığın gravitasyonel alanda sapması ve kırmızıya kayma olayı gibi testleride sağlayan, bilinen en geçerli gravitasyon teorisidir.

Ancak genel relativite teorisine alternatif olabilecek başka gravitasyon teorileri de üretilmiştir:

- Lyra geometri tabanlı skaler gravitasyon teorisi (LSGT)
- Weyl teorisi
- Brans-Dicke teorisi
- Teleparalel gravitasyon teorisi
- $f(R)$ gravitasyon teorisi

1917'de Einstein, statik bir evren modeli elde etmek amacıyla alan denklemlerindeki kozmolojik sabiti öne sürmüştür. Evrenin genişlemesi ve galaksilerin kırmızıya kaymasının keşfinden sonra Einstein'ın alan denklemlerinde genişlemeye karşılık geldiği anlaşılan kozmolojik sabitin tanımı faklılaştı. Bu gelişmelerden sonra kuantum alan, kuantum gravite, süper-gravite, Kaluza-Klein teorilerinin ve şişme senaryosunun geliştirilmesi açısından kozmolojik sabit oldukça ilgi çekici olmuştur. 1918'de Weyl tarafından, genel relativite teorisinin temellerini oluşturan Riemann geometrisini genelleştirilerek ilk bileşik alan teorisi ortaya koyulmuştur. Weyl teorisi olarak bilinen bu teori, elektromanyetik alan ve gravitasyonel alanların birlikte sunulduğu bileşik teorinin geometrik temellerini oluşturmaktadır. Bu teori, uzunlukların dönüştürülmesinde eksik

kaldığı için ciddiye alınmamıştır. Buna rağmen Folland, Weyl teorisini non-Riemannian özelliğinden faydalanarak geliştirmiş ve Weyl geometrisini çeşitlendirmiştir.

Son yıllarda, gravitasyonun alternatif teorilerinde önemli bir gelişim söz konusu olmuştur. Bu teoriler içinde en önemli skaler tensör teorileri Brans-Dicke (Brans ve Dicke, 1961) teorisi ve Lyra (Lyra, 1951) geometri tabanlı skaler teoridir (Rahaman ve ark., 2006a). 1951'de Lyra tarafından Weyl geometrisine benzer bir teori ortaya koyulmuştur. Weyl teorisindeki eksiklik, Lyra teorisinde kozmolojik sabitin geometriden kendiliğinden gelen bir nicelik gibi ortaya çıkması ve Riemann geometrisine benzer şekilde uzunlukların dönüşümleri altında korunması ile giderilmiştir. Ayrıca Lyra teorisinde skaler eğrilik kavramı ortaya koyulmuştur (Pradhan ve Chauhan, 2009). Genel relativitede, Einstein gravitasyon ve geometriyi ilişkilendirirken, metrik tensörü gravitasyonel potansiyellere bağlı tanımlayarak başarılı olmuştur. Lyra ise kendi teorisinde hem skaler hem de tensör alanları geometrik anlama sahip kılarak, Einstein'ın gravitasyon-geometri ilişkisindeki başarıyı elde etmiştir (Rahaman ve ark., 2006a).

Bu tez çalışmasında Lyra geometri tabanlı skaler gravitasyon teorisi kapsamında, domain wall ve monopollü, Chaplygin gaz ve monopollü homojen kozmolojiler ile ayrıca ideal akışkanlı ve monopollü, ideal akışkanlı ve elektrik alanlı, elektrik alanlı ve monopollü konformal simetriye sahip küresel kozmolojiler için tam çözümler araştırılmaktadır. Bölüm 2'de konu ile ilgili önceki çalışmalar, Bölüm 3'de kullanılacak materyal ve yöntemler özetlenmektedir. Bölüm 4'de ise yukarıda adı geçen modeller için tam çözümler verilerek, daha sonra elde edilen modellere ait sonuç ve öneriler tartışılmıştır.

# BÖLÜM 2
# ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Lyra geometri tabanlı skaler gravitasyon teorisi (LSGT) kapsamında, alan denklemi çözümleriyle çeşitli madde gruplarının çeşitli kozmolojik modellere etkileri, birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir. Söz konusu çalışmalar, gerek madde grupları gerekse uzay-zaman geometrisi dikkate alınarak aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

LSGT çerçevesinde yapılan birçok çalışmada ideal akışkanlı alan denklemi çözümleri karşımıza çıkmaktadır. Örneğin, Halford (1970), LSGT çerçevesinde ideal akışkanlı Robertson-Walker uzay-zamanını ele almıştır. İdeal akışkanın basınç ve yoğunluğunu zamanla değişecek şekilde ve ayrıca yer değiştirme (displacement) vektörünü ise sabit seçmiştir. Elde ettiği alan denklemi çözümlerini Einstein teorisindeki çözümlerle karşılaştırarak sabit yer değiştirme vektörünün kozmolojik sabit rolü oynadığını ileri sürmüştür. Ayrıca, Reddy ve Innaiah (1985), ideal akışkanlı Bianchi tip-I uzay-zamanının fiziksel ve geometrik özelliklerini tartışmışlar ve bu modelde kozmolojik sabite karşılık geldiği öne sürülen yer değiştirme vektörünün geometriden doğal olarak ortaya çıktığını önermişlerdir. Reddy ve Venkateswarlu (1987), ideal akışkanlı statik küresel simetrik ve konformal kozmolojik modelleri incelemişlerdir. Elde ettikleri sonuçları Einstein-Cartan teorisinde Kalyanshetti ve Waghmode (1983) tarafından yapılmış olan çözümlerle karşılaştırıp, bu modeldeki yer değiştirme vektörünün, Einstein-Cartan teorisindeki spin yoğunluğu rolü oynadığını göstermişlerdir. Diğer taraftan, Singh ve Singh (1991), sabit ve zamana bağlı yer değiştirme vektörleri için ideal akışkanlı Bianchi tip-V ve VIo uzay-zamanlarının LSGT'de alan denklemlerini ve bunların çeşitli kabuller altında çözümlerini çalışmışlardır. Rahaman ve ark. (2002) tarafından LSGT kapsamında 4-boyutlu ve yüksek boyutlu küresel simetrik uzay-zamanı ideal akışkan katkısı dikkate alınarak alan denklemlerine tam çözümler elde edilmiştir. Çözümlerde 4-boyutlu modelin tekillik problemi olmadığı bulunmuştur. Yüksek boyutlu model ise evrenin evrimi ile ekstra boyutun ortadan kalktığı sonucunu vermektedir. Katore ve ark. (2008) tarafından ise LRS tipi Bianchi-I uzay-zamanı, ideal akışkanlı ve mezonik kütlesiz skaler alanlı modelleri LSGT kapsamında tartışmışlardır. Agarwal ve ark. (2011)'da homojen ve LRS tipi Bianchi-II geometrisinde ideal akışkan davranışını inceleyerek, zamana bağlı yer

değiştirme vektörü için çeşitli kabuller altında farklı iki evren modeli önermişlerdir.

Bilindiği gibi evrenin evrimi esnasındaki ani sıcaklık değişimleri nedeniyle simetri bozulmaları meydana gelmiştir. Simetrideki bu bozulmalar, topolojik kusurların (defect) oluşmasına sebep olmaktadır. Bu topolojik kusurlardan biri olan monopol, LSGT çerçevesindeki pek çok çalışmada da incelenmiştir. İlk olarak, Rahaman (2002) 5-boyutlu küresel simetrik uzay-zamanda evrenin evrimi esnasındaki SO(3) simetri kırılması ile ortaya çıkan monopolün davranışını araştırarak, geodezik denklemi aracılığı ile monopolün neden olduğu ivmelenmeyi değerlendirmiş ve klasik sonuçlarla karşılaştırma yapmıştır. Rahaman (2003) daha sonra, genel relativite ve LSGT kapsamında monopollü ve yüksek boyutlu küresel simetrik kozmolojik modelleri çalışarak, her iki teoriden elde ettiği sonuçları karşılaştırmış ve genel relativitede elde edilen model için $\eta$ kırılma ölçeğinin, sınanan bir test parçacığının hareket yörüngesinde doğrudan rolü olduğunu, buna karşın LSGT'de elde edilen model için test parçacığının hareket yörüngesinde hiçbir etkisi olmadığını göstermiştir. Ayrıca, küresel simetrik 5-boyutlu global monopol modeli ile bu modeldeki test parçacığının hareketi, Hamilton-Jacobi formalizmi kullanılarak incelenmiştir (Rahaman ve ark., 2007). Rahaman ve Mondal (2007), global monopollü statik olmayan küresel simetrik uzay-zaman çözümlerini ve herhangi bir test parçacığının bu modeldeki davranışını araştırarak, monopollerin test parçacığı üzerine çekici bir kuvvet etki ettirdiğini göstermişlerdir. Rahaman ve ark. (2009), topolojik kusurlardan global sicim ve global monopolleri LSGT'de zayıf alan yaklaşıklığı ile ele alarak herhangi bir test parçacığı üzerine global sicimlerin itici, global monopollerin ise çekici gravitasyonel etki oluşturduğunu ve bu durumun genel relativitedeki sonuçlardan farklı olduğunu bulmuşlardır. Bir diğer topolojik kusur olan domain wall'lar Pradhan ve ark. (2003; 2007) tarafından LSGT çerçevesinde ele alınmıştır. Düzlemsel simetrik uzay-zamanda viskoz akışkan ve domain wall'lu evren modelleri ortaya koyulmuş, geodezik denklemleri kullanılarak herhangi bir test parçacığının ivmelenerek hareket ettiği bulmuştur. Diğer taraftan Rahaman ve Mandal (2006), ince (thick) domain wall'lu ve 5-boyutlu uzay-zaman için LSGT'de tam sonuçlar elde etmişlerdir. Domain wall'un çekici bir gravitasyonel alan oluşturduğunu göstermişlerdir. Rahaman ve Ghosh (2008) da düzlemsel simetrik uzay-zamana domain wall etkisini araştırarak alan denklemlerinin bir tam çözümünü önermişlerdir. Bu çözümlerde domain wall düzlemine dik doğrultudaki basıncın sıfır

olduğunu varsaymışlardır.

Elektromanyetik alan da LSGT'deki çalışmalarda sıkça karşımıza çıkan madde dağılımlarından biridir. Pradhan ve Mathur (2009) tarafından elektromanyetik alanlı ve ideal akışkanlı inhomojen silindirik simetrik modelleri zamana bağlı yer değiştirme vektörün için ortaya koyulmuş, elde edilen sonuçların gözlemlerle uyuştuğu gösterilerek modelin fiziksel ve geometrik özellikleri manyetik alan varlığında ve yokluğunda tartışılmıştır. Singh (2008) tarafından ise elektromanyetik alanlı ve kozmik sicimli statik silindirik simetrik modeller ortaya koyulmuş, uzay-zamanın yüklü toz bulutu ile dolu olduğu ve inhomojen özelliğe sahip olduğu sonuç olarak elde edilmiştir. İdeal akışkanlı ve elektromanyetik alanlı düzlemsel simetrik modeller ise tip-Ia Süpernova gözlemleri ile uyuşacak şekilde Yadav (2010) tarafından önerilmiştir. İdeal akışkan ve elektromanyetik alanlı bir diğer çalışma ise Pradhan ve ark. (2010) tarafından yapılmıştır. Zamana bağlı yer değiştirme vektörü seçilerek çeşitli kabuller altında inhomojen uzay-zaman için elde edilen çözümlerin fiziksel ve geometrik özellikleri tartışılmıştır.

Bu çalışmada çeşitli madde gruplarının LSGT çerçevesinde alan denklemleri yardımıyla Friedmann-Robertson-Walker (FRW) uzay-zamanının ve statik küresel simetrik uzay-zamanın geometrisine etkisi araştırılmaktadır. Dolayısıyla bu iki uzay-zamanı dikkate alan çalışmaları da özetlemekte fayda vardır. İlk yapılan çalışmalardan biri Singh ve Desikan (1997)'ın zamana bağlı yer değiştirme vektörü ve durum denklemi yardımıyla LSGT'de FRW-kozmolojilerini incelediği çalışmadır. Pradhan ve ark. (2001) da bulk viskoziteli FRW uzay-zamanını $k = 0$ ve $k = -1$ durumlarında ele alıp evrenin genişleme hızı ve enerji yoğunluğunu tartışmışlardır. Yüksek boyutlu küresel simetrik uzay-zaman alan denklemleri ve çözümleri sabit potansiyelli kütlesiz skaler alan için Rahaman ve ark. (2004) tarafından gösterilmiştir. Ayrıca skaler alanlı FRW-kozmolojilerini Hova ve Yang (2012), zamana bağlı yer değiştirme vektörü ile ideal akışkanlı homojen izotropik evreni Hova (2012) çalışmışlardır. Rahaman ve ark. (2006b) ise LSGT kapsamında hesapladıkları statik küresel simetrik vakum çözümlerinden Lyra karadelikleri denilen karadelik modellerini oluşturmuşlardır. Küresel simetride global texture'leri ve gravitasyonel alanlarını Rahaman (2006), yüksek boyutlu küresel simetride global monopolleri ise Mukherjee ve Rahaman (2008) incelemişlerdir.

# BÖLÜM 3
# MATERYAL VE YÖNTEM

Lyra geometride n-boyutlu bir uzay-zaman $M$ manifolduna, $\phi$ ayar (gauge) fonksiyonuna ve $g_{ik}$ metrik potansiyellerine bağlı olarak ifade edilebilir. Bu geometrinin bağlantı katsayıları ise

$$\Gamma_{ik}^{l} = \frac{1}{\phi}\{{}_{i\ k}^{l}\} + \frac{s+1}{\phi^2} g^{lm}(g_{km}\partial_i\phi - g_{ik}\partial_m\phi) \qquad \textbf{(3.1)}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada $\{{}_{i\ k}^{l}\}$ II. Tip Christoffel sembollerini ve *s* keyfi bir sabiti göstermektedir. Bu teorinin sıfırdan farklı bükülme (torsion) tensörü, $\delta_i^l$ Kronecker Delta fonksiyonu olmak üzere

$$T_{ik}^{l} = \frac{s}{\phi^2}(\delta_k^l\nabla_i\phi - \delta_i^l\nabla_k\phi) \qquad \textbf{(3.2)}$$

şeklindedir. Lyra geometri eğrilik tensörü, bağlantı katsayılarına ve ayar fonksiyonuna bağlı olarak

$$K_{ikl}^{m} = \frac{1}{\phi^2}[\partial_k(\phi\Gamma_{il}^{m}) - \partial_i(\phi\Gamma_{kl}^{m}) + \Gamma_{il}^{n}\Gamma_{kn}^{m} - \Gamma_{kl}^{n}\Gamma_{ni}^{m}] \qquad \textbf{(3.3)}$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Faraoni, 2004). Riemann geometriye benzer şekilde, Lyra geometride de eğrilik tensörünün iki indis üzerinden kontraksiyonu ile $K_{il} = K_{ikl}^{k}$ ikinci ranktan tensörü ve metrik tensör ile kontraksiyonundan ise $K = g^{ik}K_{ik}$ şeklindeki eğrilik skaleri tanımlanmaktadır. Bu skaler eğrilik aynı zamanda Riemann geometrisinin eğrilik skalerine bağlı olarak

$$K = \frac{R}{\phi^2} + \frac{2(s+1)}{\phi^3}(1-n)\Box\phi$$
$$+\frac{1}{\phi^4}[(s+1)^2(3n-n^2-2) - 2(s+1)(2-n)]\nabla^m\phi\nabla_m\phi \qquad \textbf{(3.4)}$$

şeklindedir. Burada □ D'alambertian operatörünü göstermektedir (Faraoni, 2004). Lyra geometriye dayanan skaler gravitasyon teorisinde (LSGT) etki fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}(\phi^2 R - 4\omega g^{ik}\nabla_i\phi\nabla_k\phi). \quad \textbf{(3.5)}$$

Burada $\omega = \frac{3(s^2-1)}{2}$ şeklinde bir sabittir. Etki fonksiyonunun varyasyonundan faydalanılarak LSGT'de alan denklemleri

$$R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R + \frac{3}{2}\phi_i\phi_j - \frac{3}{4}g_{ij}\phi_k\phi^k = -\chi T_{ij} \quad \textbf{(3.6)}$$

şeklinde elde edilir. Buradaki $\phi_i$ 4-vektörüne yer değiştirme (displacement) vektörü denir. Yer değiştirme vektörünün bileşenleri, koordinatlara bağlı skaler fonksiyonlardır.

LSGT'de de Einstein gravitasyon teorisinde olduğu gibi alan denklemlerinin sol tarafı uzay-zamanın geometrisi ile sağ tarafı ise uzay-zamana eğrilik kazandıran madde dağılımı ile ilişkilidir. LSGT alan denklemlerinde izotropi, homojenlik, küresel, silindirik ve düzlemsel simetri gibi geometriler ve vakum, ideal akışkan, viskoz akışkan, ısı akısı, karanlık enerji, elektromanyetik alan ve topolojik kusurlar gibi maddelerden biri, birkaçı veya bunların bir kombinasyonu kullanılarak kozmolojik modeller türetilebilir (Brikhoff, 1944). İkinci mertebeden lineer olmayan kısmi diferansiyel denklem sistemi oluşturan alan denklemlerine tam çözümler aranırken metrik tensörün simetri özelliklerinden faydalanmak kolaylık sağlamaktadır (Hawking ve Israel, 1979; Kramer ve ark. 1980). Bu simetri özelliklerinden birisi konformal simetriler olarak adlandırılan ve

$$\pounds_\xi g_{ab} = \psi(x^c)g_{ab} \quad \textbf{(3.7)}$$

şeklinde tanımlanan bağıntılardır. Burada $\psi(x^c)$ skaler fonksiyon, $g_{ab}$ uzay-zamanın metrik potansiyeli ve $\xi = \xi^a(x^b)\frac{\partial}{\partial x^a}$ simetriyi doğuran vektör alanıdır. $g_{ab}$ metrik tensörünün $\xi$ vektör alanı yönündeki Lie türevi $\pounds_\xi g_{ab}$ operatörel gösterimi ile ifade edilir ve

$$\pounds_{\xi} g_{ab} = \lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\varepsilon} [\bar{g}_{ab} - g_{ab}] \quad \textbf{(3.8)}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $\bar{g}_{ab}$, dönüşmüş koordinatlardaki metrik tensörü ifade etmektedir (Duggal, 1992). $\psi = 0$ ise $\xi^a$ vektörüne Killing vektör, $\psi_{,a} = 0$ ise $\xi^a$ vektörüne homotetik vektör, $\psi_{;ab} = 0$ ise $\xi^a$ vektörüne özel konformal Killing vektör ve $\psi_{;ab} \neq 0$ ise $\xi^a$ vektörüne konformal Killing vektör denir.

Diğer taraftan bu tez çalışmasında, LSGT kapsamında incelenen kozmolojik modellerin madde gruplarına ait özellikler ve enerji-momentum tensörleri aşağıda özetlenmektedir.

İdeal akışkan için enerji momentum tensörü

$$T_k^i = (p + \rho) u^i u_k - p \delta_k^i \quad \textbf{(3.9)}$$

bağıntısı ile tanımlanmaktadır ve burada $p$ ideal akışkanın basıncı, $\rho$ ise ideal akışkanın yoğunluğudur (Landau ve Lifshitz, 1987). İdeal akışkanın yoğunluğu ve basıncı

$$p = \omega \rho \quad \textbf{(3.10)}$$

durum denklemi ile birbirlerine bağlıdır.

Bunun yanında, evrenin evrimi sırasında küresel simetrinin bozulmasıyla ortaya çıkan monopoller için Lagrange fonksiyonu

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi^i \partial^\mu \Phi^i - \frac{1}{4} \lambda (\Phi^i \Phi^i - \eta_m^2)^2 \quad \textbf{(3.11)}$$

şeklinde verilmektedir. Burada $\eta_m$ monopolün simetri kırılma ölçeği, $\Phi^i = \eta_m f(r) (\frac{x^i}{r})$ monopollerin skaler alanıdır ($i = 1, 2, 3$) (Vilenkin ve Shellard, 1994). Ayrıca $h(r)$ fonksiyonu $r = 0$ noktasında sıfır fonksiyondur ve $\delta$ monopolün çekirdek boyutlarını temsil eden $\delta \sim (\sqrt{\lambda} \eta_m)^{-1}$ değerinde bir sabit olmak üzere $r \gg \delta$ bölgesinde $h(r) \to 1$'e yaklaşır (Vilenkin ve Shellard, 1994). (3.11) denklemi ile verilen Lagrange fonksiyonu kullanılırsa global monopoller için enerji-momentum tensörü

$$T_k^i = \partial_k \Phi_l \partial^i \Phi^l - \mathcal{L}\delta_k^i \tag{3.12}$$

şeklinde tanımlanabilir (Vilenkin ve Shellard, 1994). Küresel simetrik uzay-zamanlarda global monopollerin enerji-momentum tensörü sıfırdan farklı bileşenleri (3.11) ve (3.12) denklemi yardımıyla monopol çekirdeği dışında ($h(r) \to 1$ olduğundan) $T_t^t = T_r^r = \frac{\eta^2}{r^2}$ olarak elde edilmektedir (Vilenkin ve Shellard, 1994; Dadhich ve Patel; 1999).

Evrenin evrimi sırasında oluşan bir diğer topolojik kusur ise iki boyutlu domain wall'lardır. $\eta_w$ domain wall simetri kırılma ölçeği, $\sigma_w$ domain wall yüzey gerilimi olmak üzere Goldstone modeline göre bu iki sabit arasında $\sigma_w \sim \sqrt{\lambda}\eta_w^3$ ilişkisi mevcuttur (Vilenkin ve Shellard, 1994). Bu bağıntıdan simetri kırılma ölçeğinin çok çok küçük olmaması durumunda domain wall yüzey geriliminin baskın olması gerektiği sonucu çıkmaktadır. Dolayısıyla, domain wall'lar evrenin homojen olmasında muazzam bir rol oynamaktadırlar (Vilenkin ve Shellard, 1994). İdeal akışkan formunlu domain wall'ların enerji-momentum tensörü

$$T_k^i = (p_m - \sigma_w)\left(u^i u_k - \delta_k^i\right) + (\rho_m + \sigma_w)u^i u_k \tag{3.13}$$

şeklindedir. Burada sırasıyla $\rho_m$ ve $p_m$ maddenin yoğunluk ve basıncını, $\sigma_w$ domain wall'un yüzey gerilimi yoğunluğunu temsil etmektedir (Okuyama ve Maeda, 2004).

Son yıllarda yapılan tip-Ia Süpernova gözlemleri evrenimizin düz ve hızlanarak genişleyen bir model olduğunu işaret etmektedir (Pelmutter ve ark., 1997; Riess ve ark., 1998; Bachall ve ark., 1999; Pelmutter ve ark., 1999; Bennet ve ark., 2003; Allen ve ark., 2004). Genişlemenin kaynağı olarak evrenin %70'ini oluşturan karanlık enerji önerilmektedir (Sahni ve Starobinsky, 2000; Padmanabhan, 2003; Peebles ve Ratra, 2003). Chaplygin gaz da karanlık enerji adaylarından biri olarak gösterilmektedir (Kamenshchik ve ark., 2001). Chaplygin gaz ölçek faktörünün küçük veya büyük değerlerinde evrenin genişlemesi üzerinde kozmolojik sabite benzer bir rolüne sahiptir (Bento ve ark., 2002; Alam ve ark., 2003; Gorini ve ark., 2003). Chaplygin gazın enerji momentum tensörü

$$T_k^i = \left(\frac{A}{\rho_C}\right)\left(u^i u_k - \delta_k^i\right) + \rho_C u^i u_k \tag{3.14}$$

şeklindedir. $\rho_C$ Chaplygin gazın yoğunluğu ve $A$ negatif bir sayıdır (Kamenshchik ve ark., 2001; Bento ve ark., 2002).

Bunların dışında ek olarak elektromanyetik alan için enerji-momentum tensörü

$$T_k^i = -\frac{1}{4\pi}[F^{il}F_{lk} - \frac{1}{4}\delta_k^i F_{mn}F^{mn}] \quad \textbf{(3.15)}$$

şeklinde tanımlanır (Landau ve Lifshitz, 1987). $F_{ik}$ elektromanyetik alan tensörü

$$F_{ik} = A_{k,i} - A_{i,k} \quad \textbf{(3.16)}$$

şeklinde olup, $A_i$ 4-lü potansiyellerin bileşenleri elektrik alan varlığında $A_i(0,0,0,Q(r))$ olarak seçilebilir. Ayrıca Maxwell denklemleri de

$$F_{ik,l} + F_{kl,i} + F_{li,k} = 0, \quad \textbf{(3.17)}$$

$$F^{ik}{}_{,k} = -4\pi J^i \quad \textbf{(3.18)}$$

şeklinde tanımlanmıştır ve $J^i$ 4-lü akı yoğunluğunu ifade etmektedir (Landau ve Lifshitz, 1987).

# BÖLÜM 4
# ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

## 4.1. LSGT'de Homojen Kozmolojik Modeller

FRW-evreni bugünkü evreni açıklamada başarılı olan homojen ve izotropik bir model olup yay elemanı

$$ds^2 = dt^2 - R(t)^2[\frac{1}{1-kr^2}dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2] \quad \textbf{(4.1)}$$

şeklindedir. Burada $k = -1,\ 0,\ 1$ değerlerine sahip eğrilik parametresidir ve sırasıyla modelin açık, düz ve kapalı bir evren olduğunu gösterir. Aynı zamanda $R(t)$ kozmik ölçü faktörü olarak adlandırılır (Friedmann, 1924; Lemaitre, 1933; Robertson, 1935; Walker, 1937). Bu bölümde, LSGT kapsamında sabit yer değiştirme vektörü için monopol ve domain wall'lu, monopol ve Chaplygin gazlı homojen kozmolojilerin geometrik ve fiziksel özellikleri alan denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde incelenmektedir. Burada 4-lü hız bileşenleri $u_i = (0,0,0,1)$ ve yer değiştirme vektörünün bileşenleri $\phi_i = (0,0,0,\beta)$ şeklindedir (Bhamra, 1974).

### 4.1.1. LSGT'de monopol ve domain wall'lu homojen kozmolojik modeller

(3.6), (3.11)-(3.13) ve (4.1) denklemlerinin birlikte kullanılmasıyla monopol ve domain wall'lu FRW uzay-zamanının LSGT alan denklemleri

$$\frac{k}{R^2} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{2\ddot{R}}{R} - \frac{3}{4}\beta^2 = -\chi\left(p_m - \sigma_w - \frac{\eta_m^2}{r^2}\right), \quad \textbf{(4.2)}$$

$$\frac{k}{R^2} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{2\ddot{R}}{R} - \frac{3}{4}\beta^2 = -\chi(p_m - \sigma_w) \quad \textbf{(4.3)}$$

ve

$$\frac{3k}{R^2} + \frac{3\dot{R}^2}{R^2} + \frac{3}{4}\beta^2 = \chi\left(\rho_m + \sigma_w + \frac{\eta_m^2}{r^2}\right) \quad \textbf{(4.4)}$$

olarak hesaplanır. Madde yoğunluğu ve basıncı arasındaki $p_m = \gamma\rho_m$ durum denklemi dikkate alındığında monopol ve domain wall'lu homojen kozmolojilerde iki farklı tam çözüm bulunur.

(i) Monopol ve domain wall'lu statik uniform homojen kozmolojiler:

(4.2)-(4.4) denklemleri ve $p_m = \gamma\rho_m$ durum denklemi birlikte kullanıldığında LSGT kapsamında monopol ve domain wall'lu homojen kozmolojilerin tam çözümlerinden ilki

$$R(t) = c_1, \tag{4.5}$$

$$\rho_m = \frac{1}{\gamma+1}\left[\frac{2k}{\chi c_1^2} + \frac{3}{2\chi}\beta^2\right], \tag{4.6}$$

$$p_m = \frac{\gamma}{\gamma+1}\left[\frac{2k}{\chi c_1^2} + \frac{3}{2\chi}\beta^2\right] \tag{4.7}$$

ve

$$\sigma_w = \left(\frac{3\gamma+1}{\gamma+1}\right)\frac{k}{\chi c_1^2} + \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)\frac{3}{4\chi}\beta^2 - \frac{\eta_m^2}{r^2} \tag{4.8}$$

olarak elde edilir. Burada $c_1$ bir keyfi sabittir.

(ii) Monopol ve domain wall'lu statik olmayan homojen kozmolojiler:

(4.2)-(4.4) denklemleri ve $p_m = \gamma\rho_m$ durum denklemi birlikte kullanıldığında LSGT kapsamında monopol ve domain wall'lu homojen kozmolojiler için diğer tam çözüm

$$R(t) = \frac{c_2}{2}\left[e^{\frac{(\mp t+c_3)}{c_2}} + ke^{\frac{(\pm t+c_3)}{c_2}}\right], \tag{4.9}$$

$$\rho_m = \left(\frac{1}{\gamma+1}\right)\frac{3}{2\chi}\beta^2, \tag{4.10}$$

$$p_m = \left(\frac{\gamma}{\gamma+1}\right)\frac{3}{2\chi}\beta^2 \tag{4.11}$$

ve

$$\sigma_w = \frac{3}{\chi c_2^2} + \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)\frac{3}{4\chi}\beta^2 - \frac{\eta_m^2}{r^2} \tag{4.12}$$

şeklinde elde edilir. Burada $c_2$ ve $c_3$ keyfi sabitlerdir.

### 4.1.2. LSGT'de monopol ve Chaplygin gazlı homojen kozmolojik modeller

(3.6), (3.11), (3.12), (3.14) ve (4.1) denklemlerinin birlikte kullanılmasıyla monopol ve Chaplygin gazlı FRW uzay-zamanının LSGT alan denklemleri

$$\frac{k}{R^2} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{2\ddot{R}}{R} - \frac{3}{4}\beta^2 = -\chi\left(\frac{A}{\rho_C} - \frac{\eta_m^2}{r^2}\right), \tag{4.13}$$

$$\frac{k}{R^2} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{2\ddot{R}}{R} - \frac{3}{4}\beta^2 = -\chi\left(\frac{A}{\rho_C}\right) \tag{4.14}$$

ve

$$\frac{3k}{R^2} + \frac{3\dot{R}^2}{R^2} + \frac{3}{4}\beta^2 = \chi\left(\rho_C + \frac{\eta_m^2}{r^2}\right) \tag{4.15}$$

olarak hesaplanmıştır. Chaplygin gazın yoğunluğu ve basıncı arasındaki $p_C = \frac{A}{\rho_C}$ durum denklemi dikkate alındığında monopol ve Chaplygin gazlı homojen kozmolojilerde iki farklı tam çözüm bulunur.

(i) Monopol ve Chaplygin gazlı statik uniform homojen kozmolojiler:

(4.13)-(4.15) denklemleri ve $p_C = \frac{A}{\rho_C}$ durum denklemi birlikte kullanıldığında LSGT kapsamında monopol ve Chaplygin gazlı homojen kozmolojilerin tam çözümlerinden ilki

$$R(t) = c_4, \tag{4.16}$$

$$\rho_C = -\left(\frac{k}{\chi c_4^2} + \frac{3}{4\chi}\beta^2\right) \mp \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{2k}{\chi c_4^2} + \frac{3}{2\chi}\beta^2\right)^2 - 4A} \tag{4.17}$$

ve

$$p_C = A[-(\frac{k}{\chi c_4^2} + \frac{3}{4\chi}\beta^2) \mp \frac{1}{2}\sqrt{(\frac{2k}{\chi c_4^2} + \frac{3}{2\chi}\beta^2)^2 - 4A}]^{-1} \quad \textbf{(4.18)}$$

olarak elde edilir. Burada $c_4$ keyfi bir sabittir.

(ii) Monopol ve Chaplygin gazlı statik olmayan homojen kozmolojiler:

(4.13)-(4.15) denklemleri ve $p_C = \frac{A}{\rho_C}$ durum denklemi birlikte kullanıldığında LSGT kapsamında monopol ve Chaplygin gazlı homojen kozmolojiler için diğer tam çözüm

$$R(t) = \frac{c_5}{2}[e^{\frac{(\mp t + c_6)}{c_5}} + ke^{\frac{(\pm t + c_6)}{c_5}}], \quad \textbf{(4.19)}$$

$$\rho_C = -\frac{3}{4\chi}\beta^2 \mp \sqrt{\frac{9}{16\chi}\beta^4 - A} \quad \textbf{(4.20)}$$

ve

$$p_C = A[-\frac{3}{4\chi}\beta^2 \mp \sqrt{\frac{9}{16\chi}\beta^4 - A}]^{-1} \quad \textbf{(4.21)}$$

şeklinde elde edilir. Burada $c_5$ ve $c_6$ keyfi sabitlerdir.

### 4.2. LSGT'de Konformal Dönüşümlü Küresel Simetrik Modeller

Statik küresel simetrik uzay-zamanın yay elemanı

$$ds^2 = e^{\vartheta(r)}dt^2 - e^{\zeta(r)}dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2 \quad \textbf{(4.22)}$$

şeklindedir. Burada $\vartheta$ ve $\zeta$, $r$'ye bağlı birer fonksiyondur. (3.7) denklemine göre metrik simetrileri açık olarak

$$\pounds_\xi g_{ab} = g_{ab,c}\xi^c + g_{ac}\xi^c_{,b} + g_{bc}\xi^c_{,a} = \Psi g_{ab} \quad \textbf{(4.23)}$$

şeklindedir (Duggal, 1992). (4.22) ve (4.23) denklemlerinden

$$\xi^1\zeta' + 2\xi^1_{,1} = \Psi, \tag{4.24}$$

$$2\xi^1 + 2r\xi^2_{,2} = \Psi r, \tag{4.25}$$

$$2\sin\theta\,\xi^1 + 2r\cos\theta\,\xi^2 + 2r\sin\theta\,\xi^3_{,3} = \Psi r\sin\theta, \tag{4.26}$$

$$\vartheta'\xi^1 + 2\xi^4_{,4} = \Psi \tag{4.27}$$

elde edilir. Burada $\Psi = \Psi(r)$ şeklinde bir fonksiyondur. Simetriyi doğuran vektör alanı $\xi^i = (\xi^1, 0,0, \xi^4)$ olarak seçilirse (4.24)-(4.27) denklem sistemi çözümlendiğinde

$$\xi^1 = \frac{\Psi r}{2}, \tag{4.28}$$

$$\Psi = \xi^1\vartheta', \tag{4.29}$$

$$\xi^4 = C \tag{4.30}$$

elde edilir (Herrera, 1985; Yavuz, 2005). *C* bir sabit olup, (,) parçalı türevi göstermektedir. (4.28)-(4.30) denklemlerinden

$$\xi^i = C\delta^i_4 + (\frac{\Psi r}{2})\delta^i_1 \tag{4.31}$$

genelleştirilmiş bir ifade elde edilebilir. (4.28) ve (4.29) denklemlerini kullanılarak

$$e^{\vartheta} = \Xi^2 r^2 \tag{4.32}$$

elde edilir ve burada Ξ integral sabitidir. (4.24) ve (4.28) denklemlerinden

$$e^{\zeta} = \frac{\Upsilon^2}{\Psi^2} \tag{4.33}$$

ifadesi bulunur ve $\Upsilon$ integral sabitidir. (4.32) ve (4.33) metrik potansiyelleri, (4.22) denkleminde yerine yazılırsa konformal dönüşümlü küresel simetrik yay elemanı

$$ds^2 = \Xi^2 r^2 dt^2 - \frac{\Upsilon^2}{\Psi^2} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta \, d\varphi^2 \tag{4.34}$$

şekline dönüşmektedir. Bu bölümde LSGT kapsamında sabit olmayan bir yer değiştirme vektörü için ideal akışkan ve monopollü, ideal akışkan ve elektrik alanlı, monopol ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik kozmolojilerin geometrik ve fiziksel özellikleri alan denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde incelenmiştir. Burada 4-lü hız bileşenleri $u_i = (0,0,0,\Xi r)$ ve yer değiştirme vektörünün bileşenleri $\phi_i = (0,0,0,\beta(r))$ şeklindedir (Rahaman ve ark., 2004).

### 4.2.1. LSGT'de ideal akışkan ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller

(3.6), (3.9), (3.11), (3.12) ve (4.34) denklemlerinin birlikte kullanılmasıyla ideal akışkan ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik modellerin LSGT alan denklemleri

$$\frac{1}{r^2} - \frac{3\Psi^2}{\Upsilon^2 r^2} - \frac{3}{4\Xi^2 r^2}\beta^2 = -\chi\left(p - \frac{\eta_m^2}{r^2}\right), \tag{4.35}$$

$$-\frac{2\Psi\Psi'}{\Upsilon^2 r} - \frac{\Psi^2}{\Upsilon^2 r^2} - \frac{3}{4\Xi^2 r^2}\beta^2 = -\chi p \tag{4.36}$$

ve

$$\frac{1}{r^2} - \frac{2\Psi\Psi'}{\Upsilon^2 r} - \frac{\Psi^2}{\Upsilon^2 r^2} + \frac{3}{4\Xi^2 r^2}\beta^2 = \chi\left(\rho + \frac{\eta_m^2}{r^2}\right) \tag{4.37}$$

olarak bulunur. (4.35)-(4.37) alan denklemlerini ve (3.10) durum denklemini kullanarak LSGT'de ideal akışkanlı ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik model

$$\Psi(r) = \pm\frac{\sqrt{-2\chi\eta_m^2\Upsilon^2+2\Upsilon^2+4r^2a_1}}{2}, \tag{4.38}$$

$$\rho(r) = \frac{3}{\chi\Upsilon^2 r^2(\omega-1)}[\Upsilon^2(\chi\eta_m^2-1)+2\Psi^2], \tag{4.39}$$

$$p(r) = \frac{3\omega}{\chi\Upsilon^2 r^2(\omega-1)}[\Upsilon^2(\chi\eta_m^2-1)+2\Psi^2], \tag{4.40}$$

$$\beta(r) = \pm\frac{\Xi}{3\Upsilon}\sqrt{6\Upsilon^2(\chi\eta_m^2-1)+18r^2a_1(\frac{\omega+1}{\omega-1})} \tag{4.41}$$

elde edilir. (4.38)-(4.40) denklemleri kullanılarak

$$\rho(r) = \frac{6a_1}{\chi\Upsilon^2(\omega-1)} \tag{4.42}$$

ve

$$p(r) = \frac{6\omega a_1}{\chi\Upsilon^2(\omega-1)} \tag{4.43}$$

çözümleri elde edilir. Burada $a_1$ keyfi bir sabittir.

**4.2.2. LSGT'de ideal akışkan ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller**

(3.6), (3.9), (3.15), (3.16) ve (4.34) denklemlerinin birlikte kullanılmasıyla ideal akışkan ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modellerin LSGT alan denklemleri

$$\frac{1}{r^2}-\frac{3\Psi^2}{\Upsilon^2r^2}-\frac{3}{4\Xi^2r^2}\beta^2 = -\chi p+E^2, \tag{4.44}$$

$$-\frac{2\Psi\Psi'}{\Upsilon^2 r}-\frac{\Psi^2}{\Upsilon^2r^2}-\frac{3}{4\Xi^2r^2}\beta^2 = -\chi p-E^2 \tag{4.45}$$

ve

$$\frac{1}{r^2}-\frac{2\Psi\Psi'}{\Upsilon^2 r}-\frac{\Psi^2}{\Upsilon^2 r^2}+\frac{3}{4\Xi^2 r^2}\beta^2=\chi\rho+E^2 \tag{4.46}$$

olarak elde edilir. Madde yoğunluğu ve basıncı arasındaki durum denklemi dikkate alındığında ideal akışkan ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modelde iki farklı tam çözüm bulunur.

(i) İdeal akışkanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik model:

LSGT'de (3.9), (3.10), (4.44)-(4.46) denklemleri birlikte kullanıldığına ideal akışkanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik model

$$E(r)=0, \tag{4.47}$$

$$\Psi(r)=\pm\frac{\sqrt{2\Upsilon^2+4r^2a_2}}{2}, \tag{4.48}$$

$$\rho(r)=\frac{3(\Upsilon^2+2r^2a_2-1)}{\chi r^2\Upsilon^2(\omega-1)}, \tag{4.49}$$

$$p(r)=\frac{3\omega(\Upsilon^2+2r^2a_2-1)}{\chi r^2\Upsilon^2(\omega-1)} \tag{4.50}$$

ve

$$\beta(r)=\pm\frac{\sqrt{3}\Xi}{3\Upsilon}\sqrt{-2\Upsilon^2+12r^2a_2(\frac{\omega+1}{\omega-1})} \tag{4.51}$$

elde edilir. Burada $a_2$ keyfi bir sabittir.

(ii) İdeal akışkanlı ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik model:

LSGT'de ideal akışkanlı ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller için diğer tam çözüm

$$E(r) = \pm\sqrt{-\frac{a_3}{\Upsilon^2 r^3}}, \tag{4.52}$$

$$\Psi(r) = \pm\sqrt{\frac{\Upsilon^2}{2} + \frac{2}{3r}(a_3 - r^3 a_4)}, \tag{4.53}$$

$$\rho(r) = -\frac{2\Psi^2 + 4\Psi\Psi' r - \Upsilon^2}{\chi r^2 \Upsilon^2(\omega - 1)}, \tag{4.54}$$

$$p(r) = -\frac{\omega(2\Psi^2 + 4\Psi\Psi' r - \Upsilon^2)}{\chi r^2 \Upsilon^2(\omega - 1)}, \tag{4.55}$$

$$\beta(r) = \pm\frac{2\sqrt{3}\Xi}{3\Upsilon}\sqrt{-\frac{a_3}{r} - 2r^2 a_4\left(\frac{\omega+1}{\omega-1}\right)} \tag{4.56}$$

elde edilir. (4.53)-(4.55) denklemleri kullanılarak

$$\rho(r) = -\frac{4a_4}{\chi\Upsilon^2(\omega - 1)}, \tag{4.57}$$

$$p(r) = -\frac{4\omega a_4}{\chi\Upsilon^2(\omega - 1)} \tag{4.58}$$

olarak elde edilir. Burada $a_3$ ve $a_4$ keyfi sabitlerdir.

### 4.2.3. LSGT'de monopol ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller

(3.6), (3.11), (3.12), (3.15), (3.16) ve (4.34) denklemlerinin birlikte kullanılmasıyla monopol ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modellerin LSGT alan denklemleri

$$\frac{1}{r^2} - \frac{3\Psi^2}{\Upsilon^2 r^2} - \frac{3}{4\Xi^2 r^2}\beta^2 = \chi\frac{\eta_m^2}{r^2} + E^2, \tag{4.59}$$

$$-\frac{2\Psi\Psi'}{\Upsilon^2 r} - \frac{\Psi^2}{\Upsilon^2 r^2} - \frac{3}{4\Xi^2 r^2}\beta^2 = -E^2 \tag{4.60}$$

ve

$$\frac{1}{r^2}-\frac{2\Psi\Psi'}{\Upsilon^2 r}-\frac{\Psi^2}{\Upsilon^2 r^2}+\frac{3}{4\Xi^2 r^2}\beta^2=\chi\frac{\eta_m^2}{r^2}+E^2 \tag{4.61}$$

olarak elde edilir. (4.59)-(4.61) alan denklemlerinden LSGT'de monopol ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik çözümler

$$E(r)=\pm\sqrt{-\frac{3a_5}{2\Upsilon^2 r^3}}, \tag{4.62}$$

$$\Psi(r)=\pm\sqrt{\frac{\Upsilon^2}{2}(1-\chi\eta_m^2)+\frac{a_5}{r}} \tag{4.63}$$

ve

$$\beta(r)=\pm\frac{\Xi}{3}\sqrt{6\chi\eta_m^2-\frac{18a_5}{r\Upsilon^2}-6} \tag{4.64}$$

şeklinde elde edilir. Burada $a_5$ keyfi bir sabittir.

# BÖLÜM 5
# SONUÇ VE ÖNERİLER

## 5.1. LSGT Kapsamında Elde Edilen Homojen Modeller ile İlgili Sonuç ve Öneriler

Literatürde Einstein gravitasyon teorisine alternatif birçok gravitasyon teorisi görmek mümkündür. Bunlardan biri Weyl teorisinin geliştirilmesi ile ortaya koyulan Lyra geometrisine bağlı skaler tensör teoridir. Bu tez çalışmasının ilk kısmında, LSGT çerçevesinde monopol ve domain wall'lar ile monopol ve Chaplygin gaz içeren madde gruplarının FRW geometrisine katkıları araştırılmıştır.

Sonuç olarak her bir madde grubu için alan denklemleri iki ayrı tam çözüm vermektedir. Her iki madde grubu için elde edilen ilk çözümlerde (4.5) ve (4.16) denklemlerindeki gibi sabit kozmik ölçü faktörü $R(t)$ bulunmaktadır. Ölçü faktörünün sabit olması zamanla değişmeyen statik bir evren modelini işaret eder. Bu sebeple monopol ve domain wall'lu homojen kozmolojiler de, monopol ve Chaplygin gazlı homojen kozmolojiler de özel olarak statik yani genişlemesiz bir modele indirgenebilir. Diğer yandan her iki madde grubunun ikinci çözümleri zamanla değişen bir $R(t)$ ölçü faktörü içerdiğinden ivmelenmeye sahip olan yani statik olmayan bir evren modeline karşılık gelmektedir. Çözümlerle ilgili sonuç ve öneriler aşağıdaki bölümlerde daha kapsamlı bir şekilde tartışılmaktadır.

### 5.1.1. LSGT'de monopol ve domain wall'lu homojen kozmolojik modeller için sonuç ve öneriler

Monopol ve domain wall'lu homojen kozmolojilerinin her iki modelinde de (4.6)-(4.7) ve (4.10)-(4.11) denklemlerinden görüldüğü gibi madde yoğunluğu ve basıncın $\gamma = -1$ değerinde tanımsız olmaktadır. Dolayısıyla $\gamma = -1$'e karşılık gelen noktalar bu modelin tekil noktalarıdır. Madde yoğunluk ve basıncının sürekli olabilmesi için $\gamma \neq -1$ sınırlamasını dikkate almak gerekir. (4.2) ve (4.3) eşitliklerinin taraf tarafa çıkarılmasından veya (4.13) ve (4.14) denklemlerinin taraf tarafa çıkarılmasından $\eta_m^2 = 0$ değeri elde edilir. Bu durum LSGT çerçevesinde ideal formlu maddeler ile FRW evreni çözümlerinde

monopol çözümüne izin verilmediğini göstermektedir. böylece (4.8) ve (4.12) eşitliklerinde gözümüze çarpan monopol etkiside $\eta_m^2 = 0$ olduğundan ortadan kalkacaktır.

Bilindiği üzere domain wall'un yüzey gerilimi ile simetri kırılma ölçeği $\eta_w$ arasında

$$\sigma_w \sim \sqrt{\lambda}\eta_w^3 \tag{5.1}$$

bağıntısı tanımlanmaktadır (Vilenkin ve Shellard, 1994). Bu tez çalışmasında araştırılan domain wall ve monopollü homojen kozmolojiler statik modeli için domain wall gerilimi ile monopol arasında denklemler monopol çözümüne izin vermediğinde bir bağlılık söz konusu olmamaktadır ki bu durumda her iki topolojik kusurun (domain wall ve monopol) simetri kırılma ölçekleri arasında da bu yol ile bir ilişkide oluşturulamaz.

Diğer yandan, statik olmayan homojen uzay-zaman çözümlerinde $R(t)$ kozmik ölçü faktörünün üstel bir fonksiyon olması özellikle önem taşımaktadır. (4.9) denklemine göre ölçü faktörünün $k = 0, -1, 1$ durumlarındaki değerleri sırasıyla

$$k \to 0, \qquad R(t) = \frac{c_2}{2} e^{\frac{\mp t + c_3}{c_2}}, \tag{5.2}$$

$$k \to -1, \qquad R(t) = \frac{c_2}{2} \sinh\left(\frac{\mp t + c_3}{c_2}\right) \tag{5.3}$$

ve

$$k \to 1, \qquad R(t) = \frac{c_2}{2} \cosh\left(\frac{\mp t + c_3}{c_2}\right) \tag{5.4}$$

olarak verilir. (5.2)-(5.4) denklemlerinde verilen $R(t)$ fonksiyonu Einstein gravitasyon teorisindeki ideal akışkanlı FRW modelleri çözümleriyle birebir örtüşmektedir. Bu modelde (4.12) ile verilen domain wall yüzey yoğunluğunun ve kozmik ölçü faktörünün tanımlı olabilmesi için $c_2$ keyfi sabitinin sıfırdan farklı değer alması gerekir ($c_2 \neq 0$).

Statik olmayan modelde, (4.9) denklemi ile verilen kozmik ölçü faktöründen faydalanılarak evrenin genişleme hızı

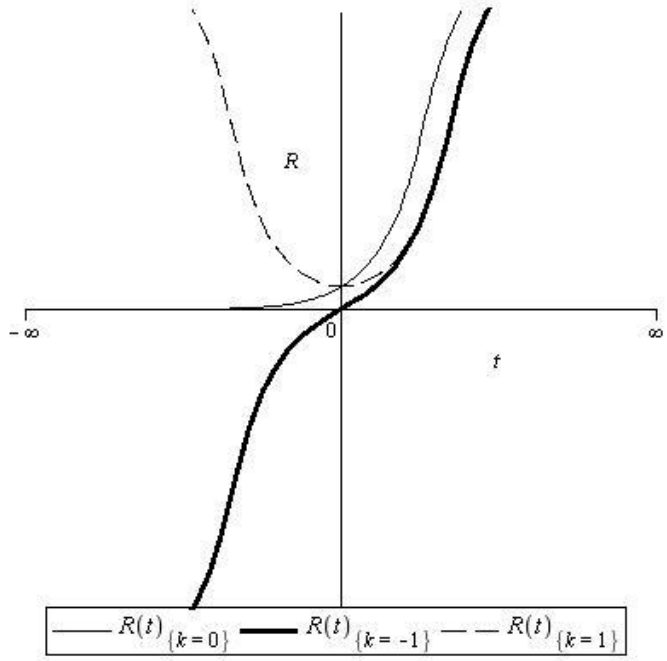
$$\dot{R}(t) = \frac{1}{2}[\mp e^{\left(\frac{t+c_3}{c_2}\right)} \pm k e^{\left(\frac{t+c_3}{c_2}\right)}] \quad \textbf{(5.5)}$$

ve ivmesi

$$\ddot{R}(t) = \frac{1}{2c_2}[e^{\left(\frac{\mp t+c_3}{c_2}\right)} + k e^{\left(\frac{\pm t+c_3}{c_2}\right)}] \quad \textbf{(5.6)}$$

olarak elde edilir. Einstein teorisindeki gibi, bu tez çalışmasında elde ettiğimiz hız ve ivme değerleri bugünkü evrenin genişlemesini LSGT çerçevesinde de başarıyla açıklamaktadır.

Monopol ve domain wall'lu FRW uzay-zamanının farklı $k$ değerleri için (5.2)-(5.4) denklemleri ile verilen kozmik ölçü faktörleri Şekil.1'de gösterilmektedir. $k = 0$ değerine karşılık gelen düz evren modeli LSGT kapsamında da Şekil 1'den görüldüğü gibi başlangıçtan itibaren artan bir $R(t)$ ölçü faktörüne sahiptir ve evrenin genişlediğini gösterir. $k = -1$ değerine karşılık gelen açık evren modeli LSGT kapsamında da Şekil.1'den görüldüğü gibi başlangıçtan itibaren hiperbolik bir $R(t)$ ölçü faktörüne sahiptir. Bunlara ek olarak, $k = 1$ değerine karşılık gelen kapalı evren modeli LSGT kapsamında da Şekil.1'den görüldüğü gibi başlangıçtan itibaren önce genişleyen daha sonra kendi üzerine çöken yapıyı gösteren bir $R(t)$ ölçü faktörüne sahip olmaktadır ve tüm bu sonuçlar Einstein gravitasyon teorisinden elde edilen sonuçlarla uyum içindedir.




**Şekil 1. LSGT'de monopol ve domain wall'lu statik olmayan FRW kozmolojilerinin $k = 0, -1, 1$ değerleri için kozmik ölçü faktörleri**

Statik olmayan çözümde madde yoğunluğu ve domain wall gerilimi (4.10) ve (4.12) denklemleri ile elde edilmişti. Bu yoğunluk ve gerilim, (4.4) alan denklemi ile birlikte kullanılırsa

$$\frac{\dot{R}(t)^2}{R(t)^2} = \frac{1}{c_2} - \frac{k}{R^2} \qquad \textbf{(5.7)}$$

elde edilir. (5.7) denklemi $\frac{\dot{R}(t)}{R(t)} = H(t)$ olduğundan Hubble parametresini tanımlamaktadır (Roos, 1994). Bu parametrenin farklı $k$ değerleri için karşılıkları (5.7) denklemi yardımıyla

$$k \to 0, \qquad H \equiv b, \qquad \textbf{(5.8)}$$

$$k \to 1, \qquad H(t) = [b^2 - \operatorname{sech}^2\big(b(t + c_3)\big)]^{\frac{1}{2}} \qquad \textbf{(5.9)}$$

ve

$$k \to -1, \qquad H(t) = [b^2 - \text{csch}^2\big(b(t + c_3)\big)]^{\frac{1}{2}} \tag{5.10}$$

olarak tanımlanır ve burada $b = \frac{1}{c_2}$'dir. (5.8)-(5.10) ile verilen Hubble parametrelerinin zamanla değişimleri Şekil.2'de gösterilmektedir. LSGT kapsamında hesaplanmış olan ve (5.8) denklemi ile verilen Hubble sabiti, ideal akışkanlı FRW kozmolojileri içeren ve Einstein'ın gravitasyon teorisinde ortaya koyulan de-Sitter çözümleri ile karşılaştırılabilir (Roos, 1994). de Sitter kozmolojilerden ve (5.8) denkleminden Hubble sabiti kozmolojik sabit cinsinden

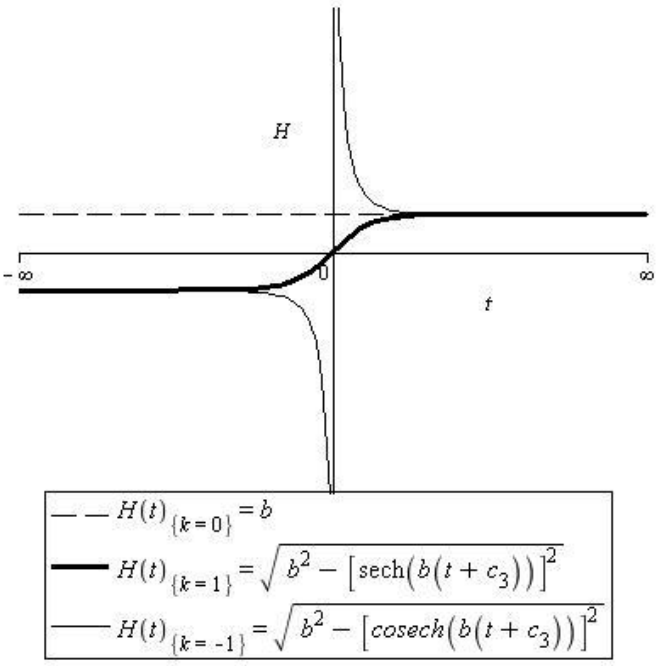
$$H = b = \mp\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} \tag{5.11}$$

olarak elde edilir.

Ayrıca (4.10)-(4.12) denklemlerinden statik olmayan modelde domain wall'un yüzey gerilimi ($\eta_m^2 = 0$ olduğundan)

$$\sigma_w = \frac{3b^2}{\chi} + \frac{(p_m - \rho_m)}{2} \tag{5.12}$$

şeklinde madde basıncı ve madde yoğunluğuna doğrudan bağlı olarak bulunmuştur. (5.12) denklemi ile verilen domain wall yüzey yoğunluğunun Hubble sabitine bağlı olduğuna özellikle dikkat çekmek gerekir. Böylece Hubble sabitine bağlı olan domain wall'ların evrenin genişlemesine katkısı LSGT kapsamında da elde edilmiş olur.




**Şekil 2. LSGT'de monopol ve domain wall'lu statik olmayan FRW kozmolojilerinin $k = 0, -1, 1$ değerleri için Hubble parametreleri**

### 5.1.2. LSGT'de monopol ve Chaplygin gazlı homojen kozmolojik modeller için sonuç ve öneriler

Bugünkü evrenin; gravitasyonel kırmızıya kayma, Hubble kanunu ve tip-Ia Süpernova gözlemlerinden pozitif ivmelenme ile genişlediği bilinmektedir (Pelmutter ve ark., 1997; Riess ve ark., 1998; Bachall ve ark., 1999; Pelmutter ve ark., 1999; Bennet ve ark., 2003; Allen ve ark., 2004). $p = \gamma\rho$ ($\gamma < 0$) durum denklemi ile karakterize edilen, karanlık enerji, hayalet (phantom) enerji (Caldwell, 2002; Caldwell ve ark., 2003), domain wall, takyon (Gibbons, 2002), Chaplygin gaz (Kamenshchik ve ark., 2001; Bento ve ark., 2002) ve kozmolojik sabit gibi egzotik maddeler bu genişlemenin sebebi olarak ileri sürülmektedir (Sahni ve Starobinsky, 2000). Bölüm 4.1.2'de monopoller ve egzotik madde adayı olan Chaplygin gazlı homojen kozmolojiler de LSGT kapsamında ele alınmıştır. Bölüm 4.1.1'e benzer şekilde statik ve statik olmayan iki ayrı tam çözüm elde edilmiştir. Elde edilen her iki çözüm de monopol varlığını karakterize eden $\eta_m$'in (4.13) ve (4.15) denklemlerine göre tamamen ortadan kalktığına dikkat etmek gerekir. Dolayısıyla

çözümler LSGT kapsamında Chaplygin gazlı statik ve statik olmayan FRW modellerine indirgenmiş olur.

Yer değiştirme vektörü için $\beta^4 = \frac{16\chi^2}{9} A$ koşulu sağlanırsa (4.20) ve (4.21) denklemlerinden Chaplygin gazın basıncı ve yoğunluğunun $p_C = \rho_C$ şeklinde birbirine eşit olduğu görülür. Bu durumda Chaplygin gazın maddesi "stiff" maddedir denir.

Chaplygin gazlı statik olmayan FRW modeli (4.19) denklemine göre zamanla üstel değişen kozmik ölçü faktörüne sahip olması nedeniyle Bölüm 5.1.1'de yorumlandığı gibi evrenin genişlemesini açıklayan bir modeldir. Bu geometriyi doğuran ve modelin izinli tek maddesi olan Chaplygin gazın genişlemeye sebep olduğu söylenebilir.

**Genel olarak her iki madde grubu için aşağıdaki ortak sonuçlar önerilebilir.** Einstein gravitasyon teorisinde ideal akışkanlı FRW kozmolojiler tek bir tam çözüm vermektedir. Buna karşı Bölüm 4.1.1 ve Bölüm 4.1.2'den görüldüğü gibi LSGT'de ideal akışkanlı FRW kozmolojiler için iki farklı tam çözüm bulunur. Halford (1970), LSGT'nin yer değiştirme vektörünün $\beta$ sabit bileşenine sahip olması halinde, bu bileşenin Einstein gravitasyon teorisindeki $\Lambda$ kozmolojik sabitinin rolünü oynayacağını ileri sürmüştür. Halford'un önerisine literatürde bir çok çalışmada geniş ölçüde değinilmiştir (Stephani, 1982; Singh ve Desikan, 1997; Pradhan ve ark., 2003; Rahaman ve ark., 2003a; Rahaman ve ark., 2003b; Rahaman ve ark., 2003c; Bhowmik ve Rajput, 2004; Rahaman ve ark., 2005; Rahaman ve ark., 2007; Rahaman ve Mondal, 2007; Rahaman ve Ghosh, 2008; Gad, 2009; Pradhan ve Mathur, 2009; Agarwal ve ark., 2010; Yadav, 2010; Agarwal ve ark., 2011; Yadav ve Haque, 2011).

Bu tez çalışması kapsamında LSGT'nin "sabit yer değiştirme vektörünün Einstein gravitasyon teorisindeki kozmolojik sabite karşılık gelmesi" fikrinde önemli bir eksiklik olduğu fark edilmiştir. Eğer bu öneri tamamen doğru ise sabit yer değiştirme vektörü durumunda LSGT'de elde edilen sonuçlar ile Einstein'ın gravitasyon teorisinde elde edilen sonuçların birebir aynı olması gerekir. Ancak yukarıda bahsedildiği gibi aynı madde grupları ve aynı uzay zamanlar için Einstein gravitasyon teorisi tek bir sonuç verirken, LSGT'de bu sonuca ilaveten ikinci bir tam çözüm daha elde edilmektedir.

Bu durum her iki gravitasyon teorisinin alan denklemlerinden de açıkça görülmektedir. LSGT alan denklemlerinde $G_{ij}$ Einstein alan tensörüne ek olarak $\phi_k \phi^k g_{ij}$ ve $\phi_i \phi_j$ şeklinde iki terim vardır. Diğer yandan Einstein alan denklemlerinde $G_{ij}$ Einstein

alan tensörüne ek olarak $\Lambda g_{ij}$ terimi gelmektedir. Yani LSGT'nin alan denklemlerinde Einstein alan denklemlerinden farklı olarak bir sabit terim fazlalılığı vardır. Bu nedenle birebir örtüşmeyen bu iki alan denklemi sisteminin aynı madde ve uzay-zaman için aynı sonucu vermesini beklemek doğru değildir. LSGT kapsamında ele alınan alan denklemlerinin Einstein alan denklemlerinden daha genel sonuçlar vermesini beklemek doğru olacaktır.

Bu tez çalışmasında LSGT kapsamında ele alınan homojen kozmolojiler Einstein teorisi ile uyum içinde olan statik olmayan bir evren modeli verdiği gibi, Einstein teorisine ek olarak bir de statik evren modeli doğurmaktadır. Yani LSGT'deki sonuçlar Einstein gravitasyon teorisindeki sonuçları kapsayan daha genel sonuçlardır. Bu tez çalışmasında ele alınan homojen kozmolojiler için Einstein teorisinde kozmolojik sabite bağlı bir genişleme (bakınız denklem (5.11)) bulunmaktadır. Sabit yer değiştirme vektörü için her iki teori eşdeğer olsaydı LSGT'de genişlemenin sebebi $\beta$ sabiti olurdu. Halbuki Hubble parametresi (5.8)-(5.10) denklemlerinden görüldüğü gibi $\beta$ sabitine bağlı değildir. Demek ki LSGT'de genişlemenin sebebi yer değiştirme vektörü olamaz.

Sonuç olarak, LSGT'nin sabit yer değiştirme vektörünün bileşeni $\beta$, Halford'un önerdiği gibi Einstein'ın gravitasyon teorisindeki kozmolojik sabite karşılık gelmez ve LSGT'nin yer değiştirme vektörü sabit olduğunda her iki gravitasyon teorisi eşdeğerdir denemez. Ancak "yer değiştirme vektörü bileşeni $\beta = 0$ şeklinde ise ele alınan alan denklemleri kozmolojik sabitsiz Einstein alan denklemlerine eşdeğerdir" denilebilir.

## 5.2. LSGT'de Konformal Dönüşümlü Küresel Simetrik Modeller ile İlgili Sonuç ve Öneriler

Bu bölümde, Lyra geometri çerçevesinde ideal akışkan-monopol, ideal akışkan-elektrik alan ve monopol-elektrik alan içeren üç madde grubu ile konformal dönüşümlü küresel simetrik modellerin fiziksel ve geometrik özellikleri tartışılacaktır.

### 5.2.1. LSGT'de ideal akışkan ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller ile ilgili sonuç ve öneriler

Bu modelde (4.42) ve (4.43) denklemlerinden görüldüğü gibi ideal akışkanın yoğunluk ve basıncı koordinatlardan bağımsız olarak elde edilmiştir. Bunun yanında ideal

akışkan basıncının ve yer değiştirme vektörünün tanımlı olabilmesi için $\omega \neq 1$ olmalıdır. Yani bu modeldeki ideal akışkanın maddesi tekilliksiz bir çözüm olabilmesi için "stiff" madde olamaz. Bunun yanında (4.41) denklemine göre yer değiştirme vektörünün sabit olabilmesi için $\omega = -1$ koşulu yeterlidir. İdeal akışkanlı ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik model LSGT kapsamında sabit yer değiştirme vektörü için incelenirse, (4.42) ve (4.43) denklemleri gereğince $p = -\rho$ olacağından ideal akışkanın baskın maddesi evrenin genişlemesine sebep olan karanlık enerji olur.

İdeal akışkan ve monopolün konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zamana kazandırdığı eğrilik geometrisinin incelenmesiyle daha kolay anlaşılacaktır. Bu sebeple (4.34) ve (4.38) denklemleri kullanılarak uzay-zamanın yay elemanı

$$ds^2 = \Xi^2 r^2 dt^2 - \frac{2\Upsilon^2}{\Upsilon^2(1-\chi\eta_m^2)+2r^2 a_1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta \, d\varphi^2 \qquad \textbf{(5.13)}$$

olarak ifade edilmelidir. Herhangi bir $t = t_0$ anında ve $\theta = \frac{\pi}{2}$ düzleminde bu yay elemanı iki boyutlu olarak

$$d\sigma^2 = -\left(\frac{2\Upsilon^2}{\Upsilon^2(1-\chi\eta_m^2)+2r^2 a_1}\right) dr^2 - r^2 d\varphi^2 \qquad \textbf{(5.14)}$$

elde edilir. Küresel koordinatlardaki $\theta = \frac{\pi}{2}$ düzlemi dikkate alındığında (5.14) denkleminden görüldüğü gibi yay elemanı silindirik koordinatlara indirgenmiş olur. Ayrıca silindirik koordinatlarda üç boyutlu uzaysal yay elemanı

$$d\sigma^2 = -dz^2 - dr^2 - r^2 d\varphi^2 \qquad \textbf{(5.15)}$$

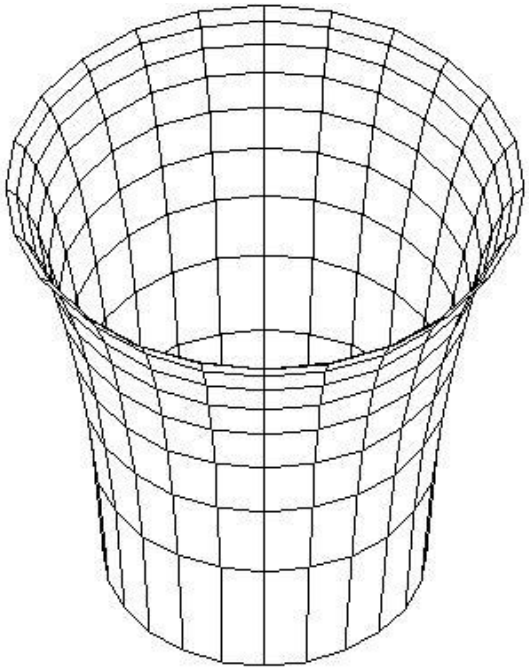
şeklindedir (Wang, 2005). (5.14) ve (5.15) denklemleri karşılaştırılırsa koordinat diferansiyelleri arasında

$$dz = \int \left(\frac{2\Upsilon^2}{\Upsilon^2(1-\chi\eta_m^2)+2r^2 a_1} - 1\right) dr \qquad \textbf{(5.16)}$$

bağıntısı elde edilir. Diğer yandan (5.16) denkleminin integralinden ise koordinatlar doğrudan birbirleri ile

$$z = \frac{1}{2a_1}\sqrt{[\Upsilon^2(\chi\eta_m^2+1)-2ra_1][2ra_1-\Upsilon^2(\chi\eta_m^2-1)]} + \frac{\Upsilon^2}{2}\arctan\left(\frac{2ra_1-\Upsilon^2\chi\eta_m^2}{\sqrt{[\Upsilon^2(\chi\eta_m^2+1)-2ra_1][2ra_1-\Upsilon^2(\chi\eta_m^2-1)]}}\right) \quad \textbf{(5.17)}$$

şeklinde ilişkilendirilebilir. (5.17) eşitliği kullanılarak ideal akışkanlı ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zamanın LSGT kapsamında geometrisi $x = rcos\theta$ ve $y = rsin\theta$ koordinat ilişkileride göz önünde bulundurularak Şekil 3'deki gibi belirlenir.



**Şekil 3. LSGT'de ideal akışkan ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zaman geometrisi**

### 5.2.2. LSGT'de ideal akışkan ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller ile ilgili sonuç ve öneriler

Bu bölümde, Bölüm 4.2.2'de elde edilen ideal akışkanlı konformal küresel simetrik tam çözümler ile ideal akışkanlı ve elektrik alanlı konformal küresel simetrik tam çözümler fiziksel ve geometrik özellikleri açısından tartışılmaktadır. İdeal akışkanlı konformal küresel simetrik modeller LSGT çerçevesinde (4.47) denklemine göre elektrik alan varlığına izin vermeyebilir. Elektrik alansız olan bu çözümde ideal akışkan yoğunluğu ve basıncının sabit olmadığına ve evren modelinin yarıçapına bağlı olarak (4.49) ve (4.50) denklemlerindeki gibi değiştiğine dikkat etmek gerekir. Yoğunluk, basınç ve yer değiştirme vektörünün tanımlı olabilmesi için (4.49)-(4.51) denklemlerinden görüldüğü gibi $\omega \neq 1$ olmalıdır. Diğer yandan $\omega = -1$ değerinde ideal akışkanın baskın maddesinin evrenin genişlemesinden sorumlu tutulan karanlık enerji dağılımı olabileceği (4.49) ve (4.50) denklemlerinden görülmektedir.

Elektrik alanlı çözümlerde (4.52) denklemine göre elektrik alanın büyüklüğü, modelin yarıçapı ile ters orantılı olarak artmakta veya azalmaktadır. Ayrıca bu modelde ideal akışkan sabit basınç ve yoğunluğa sahiptir. Yine yoğunluk, basınç ve yer değiştirme vektörünün tanımlı olabilmesi için (4.56)-(4.58) denklemlerinden görüldüğü gibi $\omega \neq 1$ olmalıdır. Diğer yandan $\omega = -1$ değerinde ideal akışkanın yine karanlık enerji dağılımı olabileceği (4.57) ve (4.58) denklemlerinden görülmektedir. İdeal akışkan varlığının tanımlı olabilmesi için $a_4 \neq 0$ olmalıdır. Öyleyse (4.53) denklemi ile verilen $\Psi(r)$ fonksiyonu her zaman $r$ koordinatına bağlı olmak zorundadır.

### 5.2.3. LSGT'de monopol ve elektrik alanlı konformal dönüşümlü küresel simetrik modeller ile ilgili sonuç ve öneriler

Bu modelde elektrik alan büyüklüğü (4.62) denkleminden görüldüğü gibi $r$ koordinatı ile ters orantılı değişmektedir. $a_5$ keyfi sabitinin sıfır olması durumunda (4.62)-(4.64) denklemlerinden

$$E = 0, \tag{5.18}$$

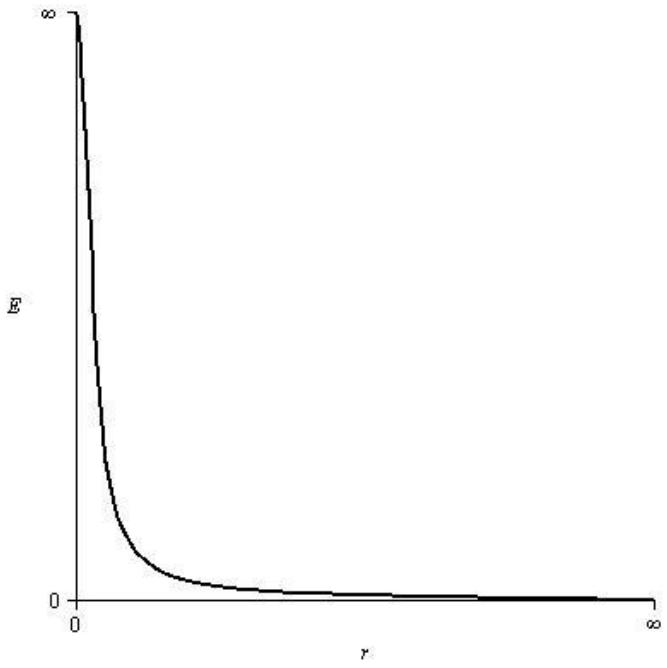
$$\Psi(r) = \pm\sqrt{\frac{\Upsilon^2}{2}(1 - \chi\eta_m^2)} \tag{5.19}$$

ve

$$\beta(r) = \pm\frac{\Xi}{3}\sqrt{6\chi\eta_m^2 - 6} \qquad \textbf{(5.20)}$$

olarak LSGT çerçevesinde monopollü ve konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zaman elde edilir. Bu durumda elektrik alanın varlığı ortadan kalkar. (5.19) ve (5.20) denklemlerinde yer değiştirme vektörü $\beta$ ve $\Psi$ artık $r$'ye bağlı olmaz ancak hala monopolün etkisiyle değiştiği gözlemlenir. Bu durum sabit yer değiştirme vektörlü ve elektrik alanın olmadığı monopollü çözüme dönüşmektedir.

LSGT çerçevesinde elektrik alan ve monopollü, konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zaman çözümlerine göre (4.62) denkleminden ve Şekil 4'den görüldüğü gibi elektrik alan yine yarıçapla ters orantılı değişmektedir yani gerçeğe uygun olarak kaynaktan uzaklaştıkça azalan bir elektrik alan vardır.

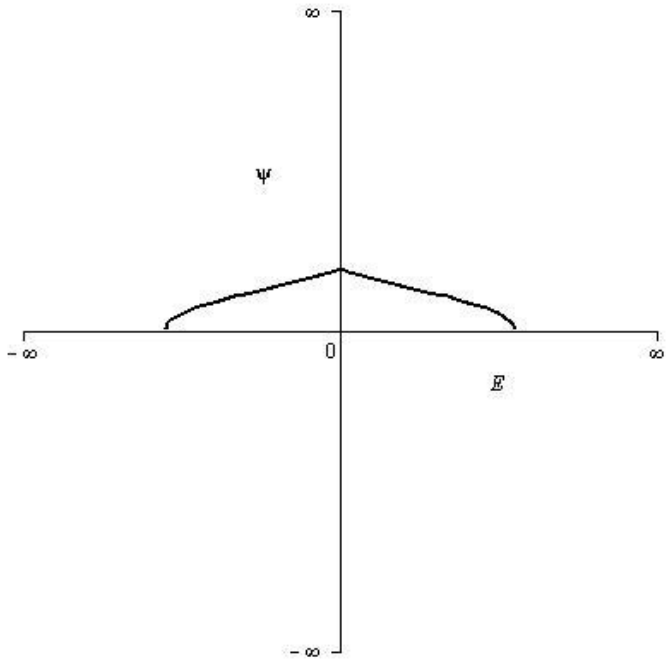



**Şekil 4. Elektrik alanlı ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zamanda elektrik alanın yarıçap vektörü ile değişimi**

(4.62) ve (4.63) denklemleri birlikte kullanılırsa

$$\Psi(r) = \sqrt{\frac{\Upsilon^2}{2}(1 - \chi\eta_m^2) - (\frac{2\Upsilon^2 E^2}{3a_5^2})^{1/3}} \quad \textbf{(5.21)}$$

elde edilir. (5.21) denkleminden görüldüğü gibi elektrik alan ve konformal faktör $\Psi(r)$ arasında birbirlerini azaltıcı veya arttırıcı ters bir etki bulunmaktadır. Bu iki niceliğin birbirlerine olan etkileri Şekil 5'de verilmiştir.




**Şekil 5. Elektrik alan ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zamanda $E(r) - \Psi(r)$ ilişkisi**

Elektrik alan ve monopolün konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zamana kazandırdığı eğrilik geometrisinin incelenmesiyle daha kolay anlaşılacaktır. Bu sebeple (4.34) ve (4.63) denklemleri kullanılarak uzay-zamanın yay elemanı

$$ds^2 = \Xi^2 r^2 dt^2 - \frac{2r\Upsilon^2}{r\Upsilon^2(1-\eta_m^2)+2a_5} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta \, d\varphi^2 \quad \textbf{(5.22)}$$

olarak ifade edilmelidir. Herhangi bir $t = t_0$ anında ve $\theta = \frac{\pi}{2}$ düzleminde bu yay elemanı iki boyutlu olarak

$$d\sigma^2 = -\left(\frac{2r\Upsilon^2}{r\Upsilon^2(1-\eta_m^2)+2a_5}\right)dr^2 - r^2 d\varphi^2 \quad \textbf{(5.23)}$$

elde edilir. Küresel koordinatlardaki $\theta = \frac{\pi}{2}$ düzlemi dikkate alındığında (5.23) denkleminden görüldüğü gibi yay elemanı silindirik koordinatlara indirgenmiş olur. Ayrıca silindirik koordinatlarda üç boyutlu uzaysal yay elemanı

$$d\sigma^2 = -dz^2 - dr^2 - r^2 d\varphi^2 \quad \textbf{(5.24)}$$

şeklindedir (Wang, 2005). (5.23) ve (5.24) denklemleri karşılaştırılırsa koordinat diferansiyelleri arasında

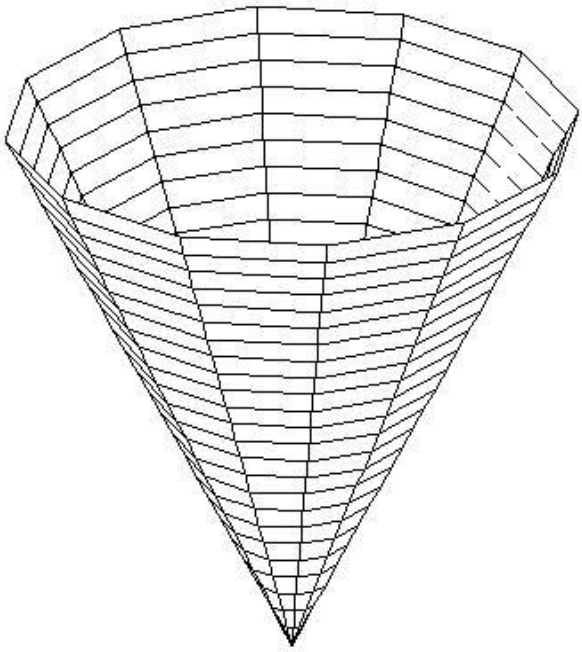
$$dz = \int \left(\frac{2r\Upsilon^2}{r\Upsilon^2(1-\eta_m^2)+2a_5} - 1\right)dr \quad \textbf{(5.25)}$$

bağıntısı elde edilir. Diğer yandan (5.25) denkleminin integralinden ise koordinatlar doğrudan birbirleri ile

$$z = \frac{\sqrt{[r\Upsilon^2(\chi\eta_m^2-1)+2a_5][r\Upsilon^2(3-\chi\eta_m^2)-2ra_5]}}{\Upsilon^2(\chi\eta_m^2-1)}$$

$$-\frac{2a_5}{\Upsilon^2\sqrt{(\chi\eta_m^2-1)^3(\chi\eta_m^2-3)}}\arctan\left(\frac{r\Upsilon^2(\chi\eta_m^2-1)(\chi\eta_m^2-3)+2a_5(\chi\eta_m^2-2)}{\sqrt{(\chi\eta_m^2-1)(\chi\eta_m^2-3)[r\Upsilon^2(\chi\eta_m^2-1)+2a_5][r\Upsilon^2(\chi\eta_m^2+3)-2a_5]}}\right) \quad \textbf{(5.26)}$$

şeklinde ilişkilendirilebilir. (5.26) eşitliği kullanılarak elektrik alanlı ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zamanın LSGT kapsamında geometrisi $x = rcos\theta$ ve $y = rsin\theta$ koordinat ilişkileride göz önünde bulundurularak Şekil 6'daki gibi belirlenir.



**Şekil 6. LSGT'de elektrik alanlı ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zaman geometrisi**

**KAYNAKLAR**


Adav K. S., 2011. LRS Bianchi Type-I Universe with Anisotropic Dark Energy in Lyra Geometry. *Int. Journal of Astronomy and Astrophysics*, 1: 204–209.

Agarwal S., Pandey R. K. ve Pradhan A., 2010. Bianchi Type-II String Cosmological Models in Normal Gauge for Lyra's Manifold with Constant Deceleration. eprint arXiv:1010.1947v1.

Agarwal S., Pandey R. K. ve Pradhan A., 2011. LRS Bianchi Type II Perfect Fluid Cosmological Models in Normal Gauge for Lyra's Manifold. *Int. J. Theor. Phys.*, 50: 296-307.

Alam U., Sahni V., Deep Saini T. ve Starobinsky A. A., 2003. Exploring the expanding Universe and dark energy using the statefinder diagnostic. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 344: 1057-1074.

Allen S. W., Schmidt R. W., Ebeling H., Fabian A. C. ve van Speybroeck L., 2004. Constraints on dark energy from Chandra observations of the largest relaxed galaxy clusters. Mon. *Not. Roy. Astron. Soc.*, 353: 457-467.

Bachall N. A., Ostriker J. P., Perlmutter S. ve Steinhardt P. J., 1999. The cosmic triangle: Revealing the state of the universe. *Science*, 284: 1481.

Bennett C. L., Halpern M., Hinshaw G., Jarosik N., Kogut A., Limon M., Meyer S. S., Page L., Spergel D. N., Tucker G. S., Wollack E., Wright E. L., Barnes C., Greason M. R., Hill R. S., Komatsu E., Nolta M. R., Odegard N., Peiris H. V., Verde L. ve Weiland J. L., 2003. First year Wilkinson Microwave Anizotropy Probe (WMAP) observations preliminary maps ve basic results. *Astrophys. J. Suppl.*, 148: 1-27.

Bento M. C., Bertolami O. ve Sen A. A., 2002. Generalized Chaplygin gas accelerated expansion and dark-energy-matter unification. *Phys. Rev. D*, 66: 043507.

Bhamra K. S., 1974. A Cosmological Model of Class One in Lyra's Manifold. *Austr. J. Phys.*, 27: 541.

Bhowmik B. B. ve Rajput A., 2004. Anisotropic Lyra Cosmology. *Pramana Jour. of Phys.*, 62 (6): 1187-1199.

Brans C. ve Dicke R. H., 1961. Mach's principle and a relativistic theory of gravitation. *Phys. Rev.*, 124: 925.

Brikhoff G. D., 1943. Matter, Electricity and Gravitation in Flat Space-Time. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.*, 29(8): 231-9.

Brikhoff G. D., 1944. Flat Space-Time and Gravitation. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.*, 30 (10): 324-334.

Caldwell R. R., 2002. A Phantom Menace? Cosmological Consequences of A Dark Energy Component with Super-Negative Equation of State. *Phys. Lett. B*, 545: 23-29.

Caldwell R. R., Kamionskowski, M. ve Weinberg, N. N., 2003. Phantom Energy: Dark Energy with $\omega < -1$ Causes A Cosmic Damsday. *Phys. Rev. Lett.*, 91: 071301.

Dadhich N. ve Patel L. K., 1999. On space times dual to spherically symmetric solutions. *Pramana Jour. of Phys.*, 52 (4): 359-367.

Duggal K. L., 1992. Curvature inheritance symmetry in Riemennian spaces with applications to fluid space times. *J. Math. Phys.*, 33: 2989.

Faraoni V., 2004. *Cosmology in scalar-tensor gravity, Fundamental theories of physics*. Kluwer Academic Publishers, Netherland.

Friedmann A., 1924. Über die Möglichkeit einer Weit mit konstanter negativer Krümmung des Raunes. *Zeitschrift für Physik A*, 21 (1): 326-332.

Gad R. M., 2009. Axially Symmetric Cosmological Mesonic Stiff Fluid Models in Lyra's Geometry. eprint arXiv:0909.1503v2.

Gorini V., Kamenshchik A. ve Moschella U., 2003. Can the Chaplygin gas be a plausible model for dark energy?. *Phys. Rev. D*, 67: 063509.

Halford W. D., 1970. Cosmological theory based on Lyra's geometry. *Austr. J. Phys.*, 23: 863.

Harvey A. L., 1965. Brief Review of Lorentz-Covariant Scalar Theories of Gravitation. *Amer. J. Phys.*, 33 (6): 449-460.

Hawking S.W. ve Israel W., 1979. *General Relativity: An Einstein Centenary Survey*. Cambrige Univ. Press, Cambrige.

Herrera L. ve Ponce de León J., 1985. Isotropic and anisotropic charged spheres admitting a one-parameter group of conformal motions. *J. Math. Phys.*, 26: 2302.

Hova H., 2012. A Dark Energy Model in Lyra Manifold. eprint arXiv:1204.0774.

Hova H. ve Yang H., 2012. $\omega = -1$ crossing in quintessence models in Lyra's geometry. eprint arXiv:1204.3467.

Kalyanshetti S. B. ve Waghmode B. B., 1983. *Phys. Rev. D*, 27: 2835.

Kamenshchik A., Moschella U. ve Pasquier V., 2001. An alternative to quintessence. *Phys. Lett. B*, 511: 265-268.

Katore S. D., Thakare S. V. ve Adhao K. S., 2008. Bianchi Type-I Cosmological Mesonic Stiff Fluid Models in Lyra's Geometry. *Pramana*, 71 (1): 15.

Kramer D., Stephani H., Herlt E., MacCallum M. ve Schmutzer E., 1980. Exact Solutions of Einstein's Field Equations. Cambridge Univ. Press., Cambridge.

Landau L. D. ve Lifshitz E. M., 1987. *The Classical Theory of Fields (4$^{th}$ ed.)*. Pergamon Pres., Oxford.

Lemaitre G., 1933. L'Univers en expansion. *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles* A, 53: 51-56.

Lorentz H. A., 1900. Considerations on Gravitation. *Proc. Amst. Acad.*, 2: 559-574.

Lyra G., 1951. Über eine modifikation der rieamannschen geometric. *Math. Z*, 54: 52.

Milne E. A., 1937. Kinematics, Dynamics, and the Scale of Time. *Soc. Mathematical and Physical Sciences,* Series A, 106: 7.

Milne E. A., 1948. *Relativity*. Clarendon Press, Oxford. 142.

Mukherjee R. ve Rahaman F., 2008. Static Global Monopoles in Higher Dimensional Space Time. *Acta Physica Polonica B*, 39 (6): 1489.

Okuyama N. ve Maeda K., 2004. Domain wall dynamics in brane world and nonsingular cosmological models. *Phys. Rev. D*, 70: 08405.

Özemre A. Y., 1982. *Teorik Fizik Dersleri Cild:VII-Gravitasyonun Rölativist Teorileri*. İ. Ü. Fen Fak., İstanbul.

Padmanabhan T., 2003. Cosmological constant the weight of the vacuum. *Phys. Rept.*, 380: 235-320.

Peebles P. J. E. ve Ratra B., 2003. The cosmological constant and dark energy. *Rev. Mod. Phys.*, 75: 559-606.

Perlmutter S. J., Aldering G., Deustua S., Fabbro S., Goldhaber G., Groom D. E., Kim A. G., Knop R. A., Nugent P., Pennypacker C. R., della Valle M., Ellis R. S., McMahon R. G., Walton N., Fruchter A., Panagia N., Goobar A., Hook I. M., Lidman C., Pain R., Ruiz-Lapuente P., Schaefer B. ve Supernova Cosmology Project, 1997. Cosmology from Thype IA Supernovae:Measurements, calibration techniques and implications. *Bull. Am. Astron. Soc.*, 29: 1351.

Perlmutter S. J., Aldering G., Goldhaber G., Knop R. A., Nugent P., Castro P. G., Deustua S., Fabbro S., Goobar A., Groom D. E., Hook I. M., Kim A. G., Kim M.Y., Lee J. C., Nunes N. J., Pain R., Pennypacker C.R., Quimby R., Lidman C., Ellis R. S., Irwin M., McMahon R. G., Ruiz-Lapuente P., Walton N., Schaefer B., Boyle B. J., Pilippenko A. V., Matheson T., Fnuchter A. S., Panagia N., Newberg H. J. M., Couch W. J. ve Supernova Cosmology Project, 1999. Measurements of Omega and Lambda from 42 high-redshif Supernovae. *Astrophys. J.*, 517: 565-586.

Poincaré H., 1906. Sur la Dynamique de l'Électron. *Rend. Circ. Mat. Palermo,* 21: 129-176.

Pradhan A. ve Chauhan D.S., 2009. A New Class of LRS Bianchi Type-I Cosmological Model in Lyra Geometry. *RAPC,* 8: 179-190.

Pradhan A. ve Mathur P., 2009. Inhomogeneous Perfect Fluid Universe with Electromagnetic Field in Lyra Geometry. *Fizika B,* 18: 243-264.

Pradhan A., Amirhashchi H. ve Zainuddin H., 2011. A New Class of Homogeneous Cosmological Models with Electromagnetic Field in Normal Gauge for Lyra's Manifold. *Int. J. Theor. Phys.,* 50: 56-69.

Pradhan A., Aotemshi I. ve Singh G. P., 2003. Plane Symmetric Domain Wall in Lyra Geometry. *Astrophys. Space Sci.,* 288: 315-325.

Pradhan A., Rai K. K. ve Yadav A. K., 2007. Plane Symmetric Bulk Viscous Domain Wall in Lyra Geometry. *Brazilian Journal of Physics.,* 37 (3B): 1084-1093.

Pradhan A., Yadav V. K., Chakrabarty I. ve Ahluwalia D. V., 2001. Bulk viscous FRW cosmology in Lyra geometry. *Int. J. Mod. Phys. D,* 10 (03): 339-349.

Rahaman F., 2002. Higher Dimensional Global Monopole in Lyra Geometry. *Fizika B,* 11 (4): 223-229.

Rahaman F., 2003. A Study of Global Monopoles in Higher Dimensional Space-Times. *Astrophys. Space Sci.,* 283: 33-42.

Rahaman F., 2006. Global Texture in Lyra Geometry. *I1 Nuovo Cimento B,* 118 (1): 17.

Rahaman F. ve Gosh A., 2008. Gravitational Field of Domain Wall in Lyra Geometry. *Astrophys. Space Sci.,* 317 (1-2): 127-132.

Rahaman F. ve Mandal S., 2006. Gravitational Field of Higher Dimensional Domain Walls Lyra Geometry. eprint arXiv:gr-qc/0608082.

Rahaman F. ve Mondal R., 2007. Non Static Global Monopole in Lyra Geometry. *Fizika B*, 16 (1): 223.

Rahaman F., Begum N. ve Das S., 2004. A class of higher dimensional spherically symmetric cosmological model in Lyra geometry. *Astro. Phys. Space. Sci.*, 249 (3-4): 219-224.

Rahaman F., Begum N., Das S., Hossain M. ve Kalam M., 2006a. Bianchi-I Cosmology with Magnetic Field in Lyra Geometry. eprint arXiv:gr-qc/0612126.

Rahaman F., Chakraborty S., Begum N., Hossain M. ve Kalam M., 2002. A Study of Four and Higher-Dimensional Cosmological Models in Lyra Geometry. *Fizika B*, 11 (1): 57-62.

Rahaman F., Chakraborty S., Begum N., Hossain M. ve Kalam M., 2003a. Bianchi-IX String Cosmological Model in Lyra Geometry. *Pramana*, 60 (6): 1153-1159.

Rahaman F., Chakraborty S., Das S., Hossain M. ve Bera J., 2003b. Higher Dimensional String Theory in Lyra Geometry. *Pramana*, 60 (3): 453-459.

Rahaman F., Das S., Begum N. ve Hossain M., 2003c. Higher Dimensional Homogeneous Cosmology in Lyra Geometry. *Pramana*, 61 (1): 153-159.

Rahaman F., Gosh A. ve Kalam M., 2006b. Lyra Black Holes. *I1 Nuovo Cimento B*, 121 (7): 649-659.

Rahaman F., Maity K., Ghosh P. ve Gayen K., 2007. Gravitational Field of A Higher Dimensional Global Monopole in Lyra Geometry. eprint arXiv:0704.3888.

Rahaman F., Mal S. ve Ghosh P., 2004. A Study of Global Monopole in Lyra Geometry. *Mod. Phys. Lett. A*, 19 (37): 2785-2790.

Rahaman F., Mal S. ve Kalam M., 2009. Vacuumless Topological Defects in Lyra Geometry. *Astrophys. Space Sci.*, 319 (2-4): 169-175.

Rahaman F., Mal S., Shekhar S., Ghosh P. ve Ray T., 2005. Semi-Classical Gravitational

Effects Near Cosmic String in Lyra Geometry. *Fizika B*, 14 (1): 327.

Reddy D. R. K. ve Innaiah P., 1985. An Anisotropic Cosmological Model in Lyra's Manifold. *Astrophys. Space Sci.*, 114: 285-288.

Reddy D. R. K. ve Venkateswarlu R., 1987. A Static Conformally Flat Cosmological Model in Lyra's Manifold. *Astrophys. Space Sci.*, 136: 183-186.

Riess A. G., Filippenko A. V., Challis P., Clocehiatti A., Diercks A., Garnavich P. M., Gilliland R. L., Hogan C. J., Jha S., Kirshner R. P., Leibundgut B., Phillips M. M., Reiss D., Schmidt B. P., Schommer R. A., Smith R. C., Spyromilio J., Stubbs C., Suntzeff N. B. ve Tonry J., 1998. Observational evidence from Supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron. J.*, 116: 1009-1038.

Robertson H. P., 1935. Kinematics and world-structure. *Astrophys. J.*, 82: 284.

Roos M., 1994. *Introduction to cosmology, Second edition, John Wiley and Sons Ltd.*. England.

Sahni V. ve Starobinsky A. A., 2000. The case for a positive cosmological $\lambda$-term. *Int. J. Mod. Phys. A*, 9: 373-443.

Singh G. P. ve Desikan K., 1997. A new class of cosmological models in Lyra geometry. *Pramana*, 49 (2): 205-212.

Singh J. K., 2008. Cylindirically Symmetric Cosmologies models in Lyra geometry. *Astrophys. Space Sci.*, 317: 39-44.

Singh T. ve Singh G. P., 1991. Bianchi Type V and VIo Cosmological Model in Lyra's Manifold. *Astrophys. Space Sci.*, 182: 189-200.

Stephani H., 1982. *General Relativity*. Cambridge University Press, Cambridge.

Vilenkin A. ve Shellard E.P.S., 1994. *Cosmic strings and other topological defects*. Cambridge University Press, Cambridge.

Wang F. Y., 2005. The Image of a Wormhole. Eprint arXiv:physics/0505108v1.

Walker A. G., 1937. On Milne's theory of world-structure. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 42 (1): 90-127.

Whitehead A. N., 1922. *The Principle of Relativity*. Cambridge Univ. Press, Cambridge.

Whitrow G. J. ve Morduch G. E., 1960. General Relativity and Lorentz-Invariant Theories of Gravitations. *Nature*, 188 (4753): 790-794.

Yadav A. K., 2010. Lyra's Cosmology of Inhomogeneous Universe with Electromagnetic Field. *Fizika B*, 19: 53-80.

Yadav A. K. ve Haque A., 2011. Lyra's Cosmology of Massive String in Anisotropic Bianchi-II Sace-time. *Int. J. Theor. Phys.*, 50: 2850-2863.

Yavuz İ., Yılmaz İ. ve Baysal H., 2005. Strange Quark Matter Attached to the String Cloud in the Spherical Symmetric Space-Time Admitting Conformal Motion. *Int. J. Theor. Phys. D*, 14 (08): 1365-1372.

**ŞEKİLLER** **Sayfa No**

Şekil 1. LSGT'de monopol ve domain wall'lu statik olmayan FRW kozmolojilerinin $k = 0, -1, 1$ değerleri için kozmik ölçü faktörleri……. 27

Şekil 2. LSGT'de monopol ve domain wall'lu statik olmayan FRW kozmolojilerinin $k = 0, -1, 1$ değerleri için Hubble parametreleri……..... 29

Şekil 3. LSGT'de ideal akışkan ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zaman geometrisi…… 33

Şekil 4. Elektrik alanlı ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zamanda elektrik alanın yarıçap vektörü ile değişimi……... 35

Şekil 5. Elektrik alan ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zamanda $E(r) - \Psi(r)$ ilişkisi……... 36

Şekil 6. LSGT'de elektrik alanlı ve monopollü konformal dönüşümlü küresel simetrik uzay-zaman geometrisi…… 38

# ÖZGEÇMİŞ

## KİŞİSEL BİLGİLER:

Adı Soyadı: Derya BAYKAL

Doğum Yeri: Bayburt

Doğum Tarihi: 17.07.1988

## EĞİTİM DURUMU:

İlköğretim Öğrenimi: İhsan Özkaşıkçı İlköğretim Okulu-2002-Konya

Lise Öğrenimi: Çelebi Mehmet Lisesi-2005-Bursa

Lisans Öğrenimi: Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü-2010

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce (ÜDS: 45)

## BİLİMSEL FAALİYETLERİ:

a) SCI tarafından taranan dergilerde yapılan yayınlar

1. Ulu Doğru, M., Varlıklı, N., Baykal, D., Kıy, G., Taşer, D., Çağlar, H., Gündüz, E., 2011. Energy and Momentum of Higher Dimensional Black Holes, *Int. J. Theor. Phys.*, 51 (5), 1545-1554 .

b) SCI dışındaki indeksler tarafından taranan dergilerde yapılan yayınlar

1. Baykal, D., Ulu Doğru, M., Kıy, G., Taşer, D., Çağlar, H. ve Varlıklı, N., 2012. Total Energy and Momentum of Five Dimesional Kaluza-Klein Space-Time, *Balkan Physics Letter*, 20, 201030, 255-268.
2. Taşer D., Ulu Doğru M., Çağlar H., Varlıklı N., Baykal D. ve Kıy G., 2012. *Balkan Physics Letter*, 20, 201021, 181-193.

c) Projeler

1. Lyra Geometride Alan Denklemleri ve Çözümleri, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi, yardımcı araştırmacı, (2012/006)

## İLETİŞİM:

Adres: Düz Mahalle, Kışla Caddesi, Maliye Lojmanları, No:1 Daire:7, Merkez/ORDU

Tel: 0539-4122530

Email: byklderya@gmail.com